

ELECTROSTATIQUE ELECTRODINAMIQUE

FSR –FSJ-FSK-FSSM

(Semestre 2)

SMPC SMAI ENSA 2015/ 2016

SABOR 06-26-45-09-23

SMPC **SMAI** **SVT** **ENSAJ**

Résumé des cours, corrigé des exercices et des examens en
maths, physique et chimie, pour les étudiants Niveau universitaire

MATH : (Analyse, Algèbre)

PHYSIQUE : (Optique, électricités, Electronique)

Chimie : (chimie générale, Chimie en solution, liaison chimique)

Veillez nous contacter :

- **06-19-37-44-16**
- **06-26-45-09-23**

SERIE I : ELECTROSTATIQUE

Distributions de charges, Forces électrostatiques

Exercice1:

- 1.1 On suppose que la Terre, considérée comme sphérique de rayon $R = 6400 \text{ km}$, porte une charge négative $Q = -10^6 \text{ C}$.
- a) On considère que les charges sont réparties uniformément sur sa surface avec une densité de charge surfacique. Calculer
- b) On considère maintenant que les charges négatives sont réparties uniformément dans le sol sur une profondeur égale à $P = 50 \text{ km}$. Quelle est dans ce cas la densité volumique de charges ρ_T ?
- 1.2 Déterminer la quantité de charges portée par l'ensemble des électrons d'une pièce de monnaie en cuivre (Cu, $A = 63$, $Z = 29$) de masse 2 g . On donne l'unité de masse atomique $1u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- 1.3 Dans un premier temps, une tige linéaire de longueur L est mise en contact avec le dôme chargé d'un générateur de Van de Graaf. La charge acquise par la tige se répartit sur sa longueur avec la densité linéique λ . Dans un second temps, la tige éloignée de la source de Van de Graaf est entourée d'un cylindre métallique creux, de rayon extérieur R et d'épaisseur e , initialement non chargé. Par influence électrostatique entre la tige et le cylindre, on admettra que des charges électriques se développent sur les surfaces internes et externes du cylindre.
- a) Quelle propriété doit être satisfaite par la charge totale du cylindre ?
- b) En supposant que la distribution de charges est uniforme sur le cylindre, déterminer l'expression littérale des densités de charges développées sur la surface interne et externe du cylindre.

Solution 1:

1.1 a) La distribution de charges étant uniforme on a :

$$\sigma_T = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{-10^6}{4\pi \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2} = -1,943 \cdot 10^{-9} \text{C.m}^{-2}.$$

b) Les charges occupent ici le volume V compris entre la surface terrestre et la couche sphérique à la profondeur P ¼ 50 km. La distribution de charges étant uniforme, la densité de charge volumique est donnée par :

$$\rho_T = \frac{Q}{V}, \text{ avec } V = \frac{4\pi}{3} (R^3 - (R - P)^3) \Rightarrow \rho_T = 3,9 \cdot 10^{-14} \text{C.m}^{-3}.$$

1.2 La masse m_a d'un atome de cuivre correspond à : $m_a = 63,546 \cdot 10^{-27} = 1,05211 \cdot 10^{-25} \text{kg}$.

Une masse de cuivre de 2 g = 0,002 kg contient donc :

$$n = 0,002 / 1,0521 \cdot 10^{-25} = 19 \cdot 10^{21} \text{atomes}.$$

Le nombre d'électrons correspondant est de $n_e = n \cdot 29$. La charge d'un électron étant de $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$, la quantité de charges négatives due aux électrons est donc :

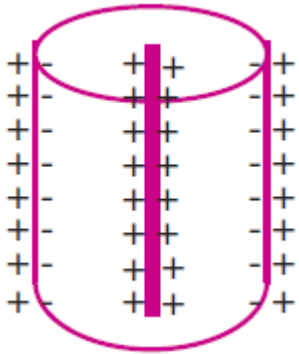
$$Q = 19 \cdot 10^{21} \cdot 29 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) = -88160 \text{C}.$$

Cette charge est colossale mais, dans la matière, elle se trouve compensée par la charge positive due aux protons, assurant ainsi la neutralité électrique du corps matériel.

1.3 a) La quantité de charges électriques portée par un corps est une grandeur qui demeure constante tant que le corps est isolé de tout autre support matériel. En vertu de la conservation de la charge totale d'un corps isolé, le cylindre étant neutre initialement, il le demeure après l'influence électrique. La quantité de charges négatives sur sa face interne es exactement compensée par la charge positive sur sa surface externe.

b) La figure récapitule la situation d'électrisation du cylindre par influence électrique due a la tige.

En l'absence des effets de bord, la densité de charge linéique sur la tige est uniforme de même pour les densités de charge sur les surfaces du cylindre. Soit une longueur l de la tige, la quantité de charges associée est $q_l = \lambda l$. L'influence totale entre la tige et le cylindre conduit sur la même longueur du cylindre a une charge développée par influence sur la face interne égale $-q_l = \sigma_i \cdot 2\pi(R - e) \cdot l$, σ_i si σ_i étant la densité de charge sur la surface interne du cylindre.



Cette densité est donc donnée par $\sigma_i = - \frac{\lambda}{2\pi(R - e)}$

En vertu du principe de conservation de la charge du cylindre, la quantité de charges sur la face externe est données par $\sigma_e \cdot 2\pi R \cdot l = -\sigma_i \cdot 2\pi(R - e) \cdot l$

σ_e représente la densité de charges sur la surface externe. D'où $-\frac{\sigma_i \cdot (R - e)}{R} = \frac{\lambda}{2\pi R}$

Exercice2:

On place quatre charges ponctuelles aux sommets $ABCD$ d'un carré de côté $a = 1 \text{ m}$, et de centre O . origine d'un repère orthonormé Oxy de vecteurs unitaires $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$

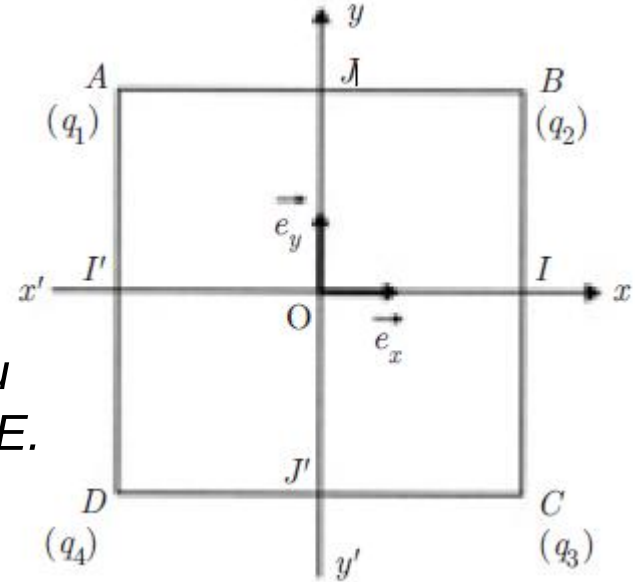
$$q_1 = q = 10^{-8} \text{ C} \quad q_2 = -2q \quad ; \quad q_3 = 2q \quad q_4 = -q$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ S.I.}$$

1) Déterminer le champ électrique E au centre O du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de E .

2) Exprimer le potentiel V créé en O par les quatres charges.

3) Exprimer le potentiel sur les parties des axes xx et yy intérieures au carré. Quelle est, en particulier, la valeur de V aux points d'intersection de ces axes avec les côtés du carré (I, I', J et J') ?



Exercice3:

Trois charges ponctuelles $+q$, $-q$ et $-q$ sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a .

Déterminer les caractéristiques du champ électrostatique régnant au centre du triangle.

Application numérique : $q = 0,1 \text{ nC}$ et $a = 10 \text{ cm}$.

Solution 3:

Le centre C est situé à la distance : $r = \frac{a}{\sqrt{3}}$

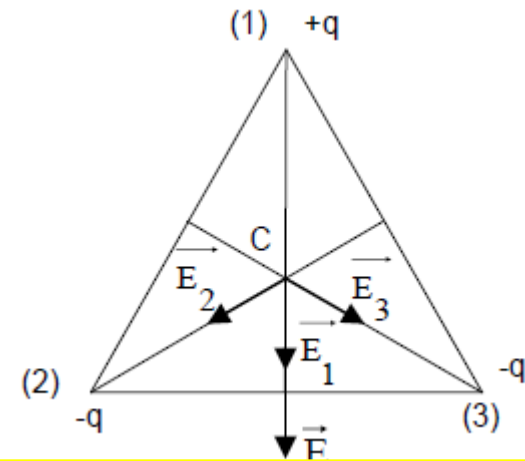
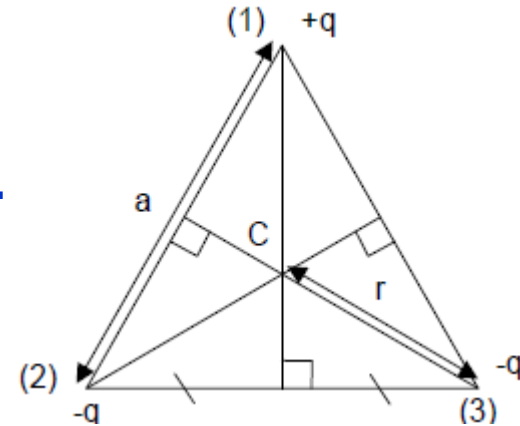
Théorème de superposition : $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

En intensité : $E = E_1 + E_2 \cos 60^\circ + E_3 \cos 60^\circ$

$$E_1 = E_2 = E_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} (1 + 2 \cos 60^\circ) = \frac{3q}{2\pi\epsilon_0 a^2}$$

A.N. $E = 540 \text{ V/m}$



Exercice4:

Quelle est la force coulombienne de répulsion s'exerçant entre deux protons dans un noyau de fer si on suppose que la distance qui les sépare est de 4.10^{-15}m .

Solution 4:

Donnés: $r = 4.10^{-15}\text{m}$, $q_1 = q_2 = 1,6.10^{-19}\text{ C}$

La force de répulsion entre les deux protons est

$$\Rightarrow F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi 10^9} = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F / m} \quad \text{AN:} \quad F = 14 \text{ N}$$

SERIE I : ELECTROSTATIQUE

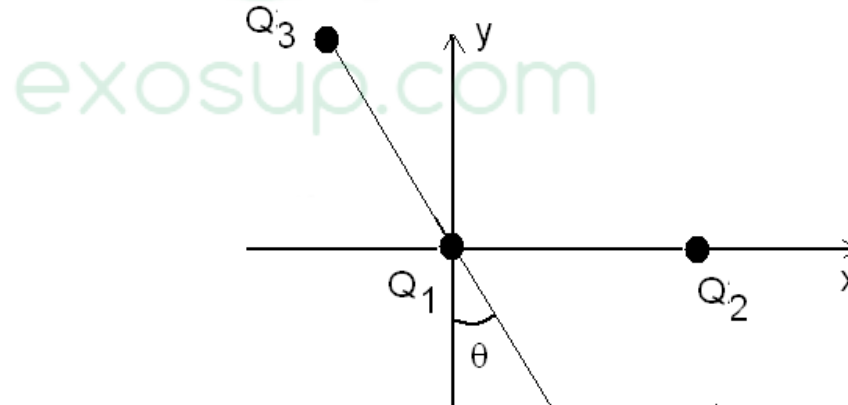
Distributions de charges, Forces électrostatiques

Exercice 5:

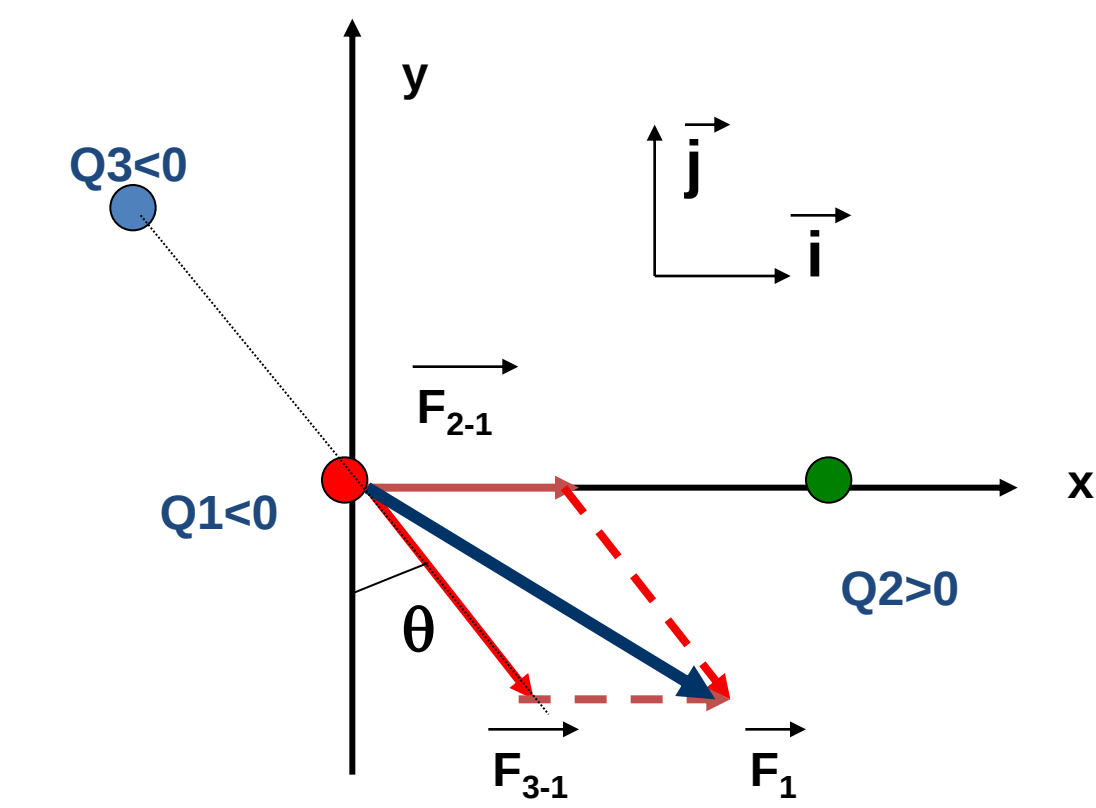
On considère trois charges Q_1 , Q_2 et Q_3 placées comme l'indique la figure 1. Quelle est la force qui agit sur Q_1 ?

On donne ,

$Q_1 = -1.10^{-6} \text{ C}$, $Q_2 = +3.10^{-6} \text{ C}$, $Q_3 = -2.10^{-6} \text{ C}$, $r_{12} = 15 \text{ cm}$, $r_{23} = 10 \text{ cm}$
et $\theta = 30^\circ$



Solution 5:



$$F_{3-1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_3}{r_{1.3}^2}$$

$$F_{2-1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_{1.2}^2}$$

Avec:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{2-1} + \vec{F}_{3-1}$$

Projetons sur les deux axes ox et oy

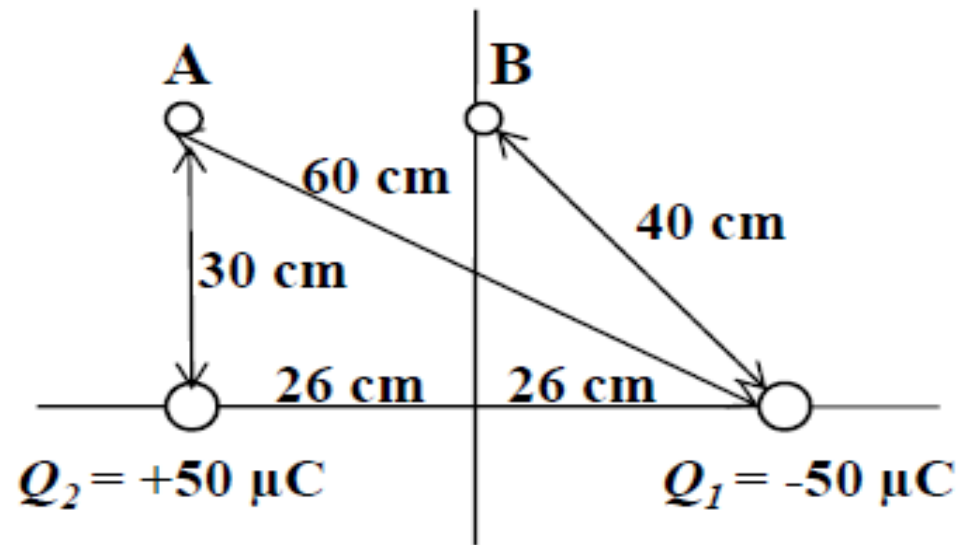
$$\vec{F}_{2-1} = F_{2-1} \vec{i}$$

$$\vec{F}_{3-1} = -F_{3-1} \cos \theta \vec{j} + F_{3-1} \sin \theta \vec{i}$$

$$\vec{F}_1 = (F_{2-1} + F_{3-1} \sin \theta) \vec{i} - F_{3-1} \cos (\theta) \vec{j}$$

Exercice 6

- Calculer les potentiels électriques produits aux points A et B de la figure ci- dessous par les deux charges ponctuelles qui y sont indiquées.



Solution 6

- Pour le point A, le potentiel s'écrit: $V(A) = \sum_{i=1}^2 V_i(A) = \frac{kQ_1}{r_{1A}} + \frac{kQ_2}{r_{2A}}$

D'après la figure, on a $Q_1 = -Q_2$ et $r_{1A} = 2r_{2A}$, donc:

$$V(A) = \frac{-kQ_2}{2r_{2A}} + \frac{kQ_2}{r_{2A}} = \frac{kQ_2}{2r_{2A}}$$

- Pour le point B, le potentiel s'écrit:

$$V(B) = \sum_{i=1}^2 V_i(B) = \frac{kQ_1}{r_{1B}} + \frac{kQ_2}{r_{2B}}$$

D'après la figure, on a $Q_1 = -Q_2$ et $r_{1B} = r_{2B}$, donc:

$$V(B) = \sum_{i=1}^2 V_i(B) = \frac{-kQ_2}{r_{1B}} + \frac{kQ_2}{r_{1B}} = 0 \text{ volt.}$$

A. N.: $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$

$$V(A) = (9.0 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2) \frac{(50.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{2 \times (30.0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 7.5 \times 10^5 \text{ V.}$$

SERIE I : ELECTROSTATIQUE

Distributions de charges, Forces électrostatiques

Exercice 7:

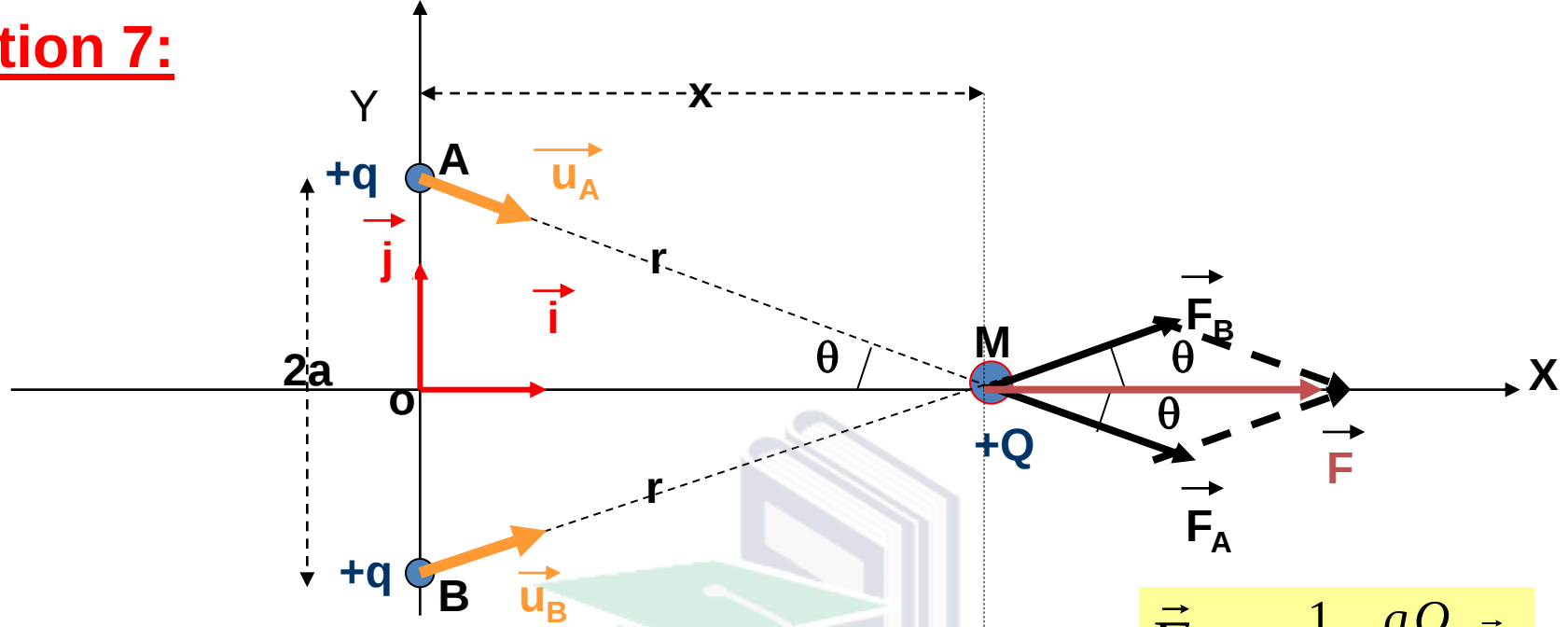
On considère deux charges ponctuelles identiques $+q = 2C$ disposées en A et B suivant l'axe Oy à une distance $a = 30 \text{ cm}$ du centre O.

Une charge $+Q=4C$ est placée en M sur l'axe Ox à l'abscisse $x=OM$.
Déterminer en fonction de x l'intensité et la direction de la résultante des forces électrostatiques agissant sur Q.

Même question avec $q_A = -q$ et $q_B = +q$.

Solution 7:

a)



La charge q (A) exerce sur la charge Q (M) une force:

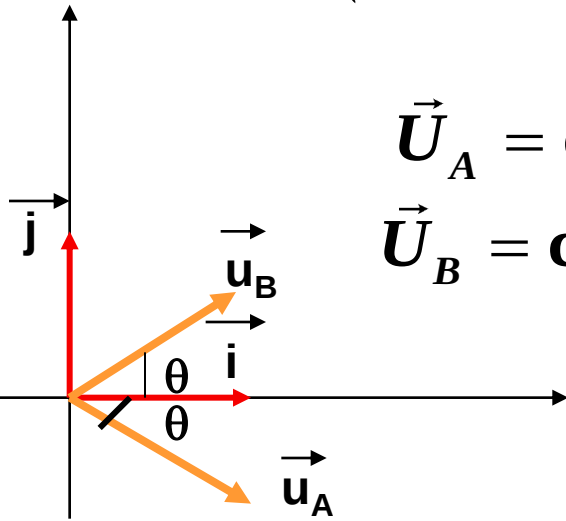
$$\vec{F}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \vec{U}_A$$

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} (\vec{U}_A + \vec{U}_B)$$

La charge q (B) exerce sur la charge Q (M) une force:

$$\vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \vec{U}_B$$

Calculons : $(\vec{U}_A + \vec{U}_B)$



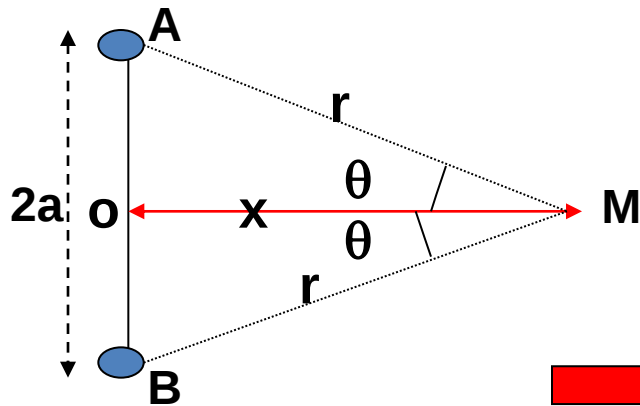
$$\vec{U}_A = \cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j}$$

$$\vec{U}_B = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$$

$$\Rightarrow (\vec{U}_A + \vec{U}_B) = 2 \cos \theta \vec{i}$$



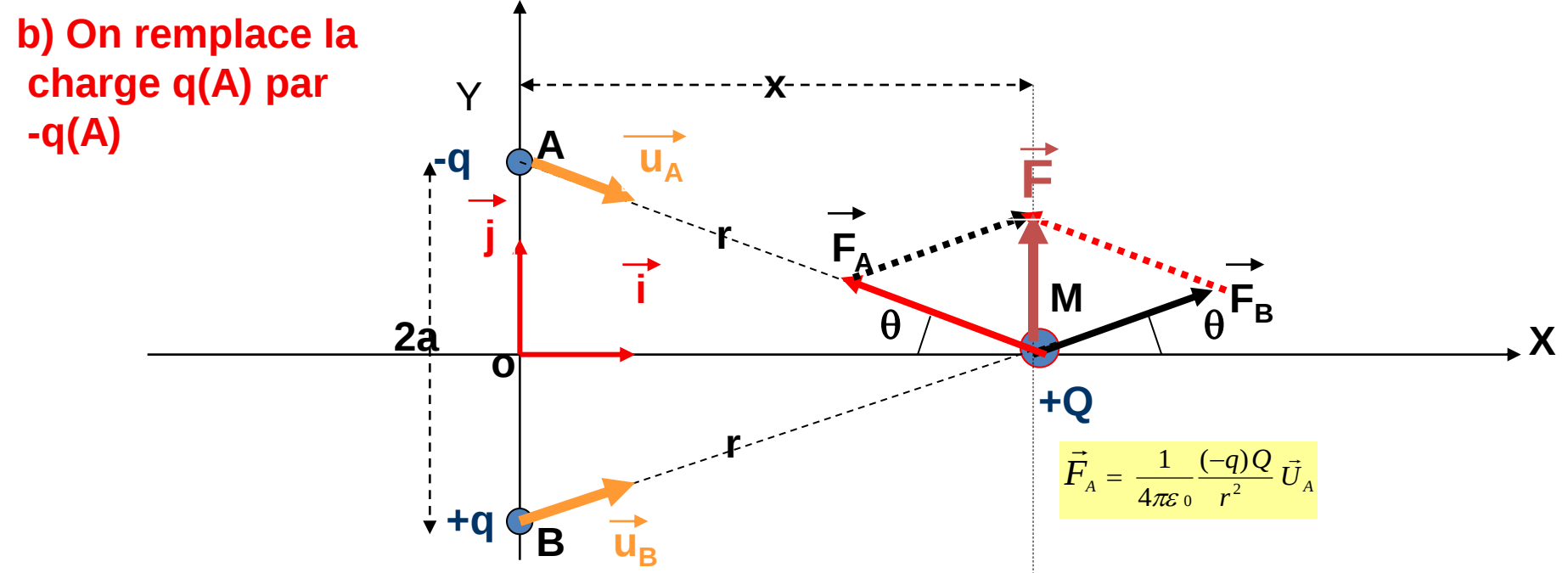
$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \cos \theta \vec{i}$$



$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{(a^2 + x^2)}}$$



$$\vec{F} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qQ x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \vec{i}$$



La charge $-q(A)$ exerce sur la charge $Q(M)$ une force:

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} (-\vec{U}_A + \vec{U}_B)$$

La charge $q(B)$ exerce sur la charge $Q(M)$ une force:

$$\vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \vec{U}_B$$

Calculons : $(-\vec{U}_A + \vec{U}_B)$

$$\vec{U}_A = \cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j}$$

$$\vec{U}_B = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$$



$$(-\vec{U}_A + \vec{U}_B) = 2 \sin \theta \vec{j}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} (-\vec{U}_A + \vec{U}_B)$$

$$\vec{F} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \sin(\theta) \vec{j}$$



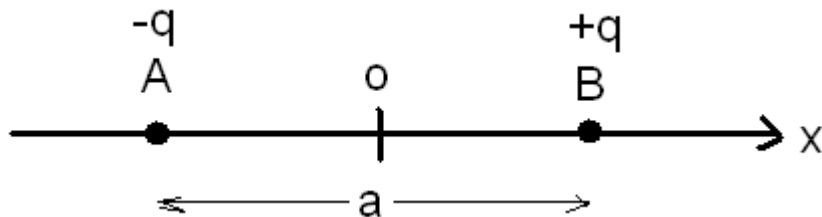
$$\vec{F} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qQ a}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \vec{j}$$

SERIE I : ELECTROSTATIQUE

Distributions de charges, Forces électrostatiques

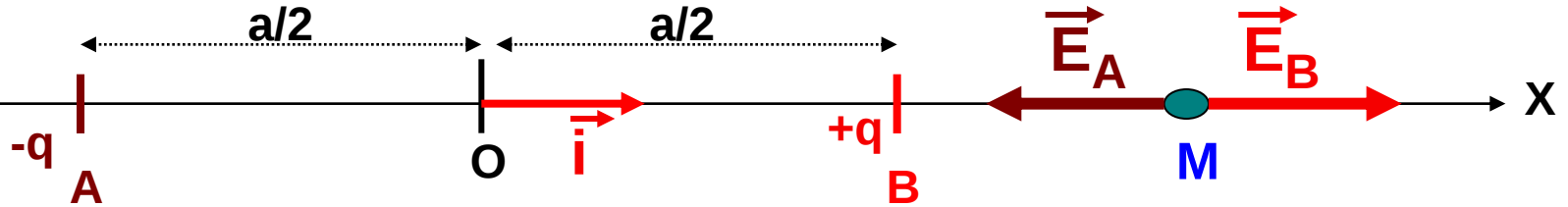
Exercice 8:

Calculer le champ créé par un dipôle électrique le long de son axe.
Les deux charges $-q$ et $+q$ sont séparées par la distance a .
Tracer la courbe $E = E(x)$



Solution 8

Calcul du champ électrique créée par un dipôle le long de son axe



1^{er} cas: le point **M** est à droite du point **B** $\Rightarrow \|\vec{OM}\| = x ; x > a/2$

Le champ électrique créée par les 2 charges au point M est:

$$\begin{aligned}\vec{E}(M) &= \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M) \\ &= k \frac{-q}{\|\vec{AM}\|^2} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} + k \frac{q}{\|\vec{BM}\|^2} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|}\end{aligned}$$

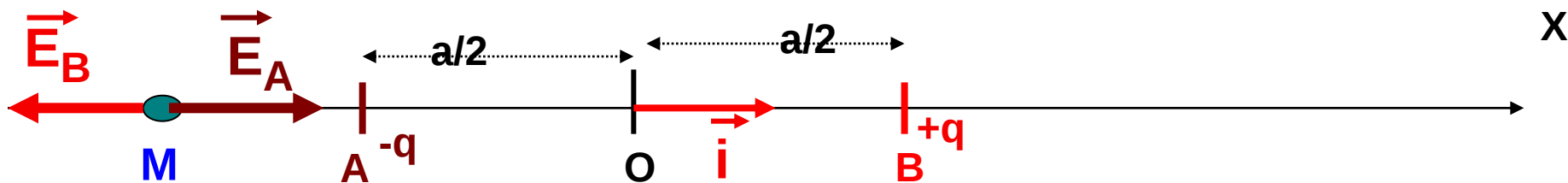
Avec: $\|\vec{AM}\| = x + a/2$
et $\|\vec{BM}\| = x - a/2$

$$\vec{E}(M) = kq \left(\frac{-1}{(x + a/2)^2} + \frac{1}{(x - a/2)^2} \right) \vec{i}$$



$$\vec{E}(M) = kq \frac{2ax}{(x^2 - \frac{a^2}{4})^2} \vec{i}$$

2ème cas: le point **M** est à gauche du point **A** $\longrightarrow$ $\|\vec{OM}\| = x ; x < -a/2$



Le champ électrique créé par les 2 charges au point M est:

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M)$$

$$= k \frac{-q}{\|\vec{AM}\|^2} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} + k \frac{q}{\|\vec{BM}\|^2} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|}$$

Avec:

$$\|\vec{AM}\| = |x| - a/2$$

$$\|\vec{BM}\| = |x| + a/2$$

et

$$\frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} = \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|} = -\vec{i}$$

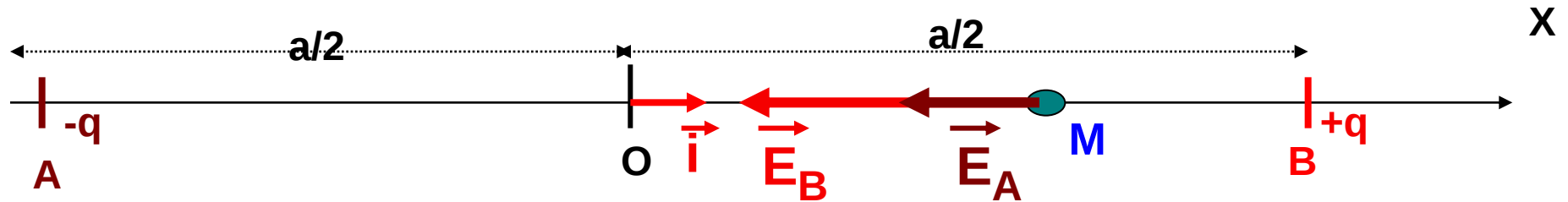
$$\vec{E}(M) = kq \left(\frac{1}{(|x| - a/2)^2} - \frac{1}{(|x| + a/2)^2} \right) \vec{i}$$

$$\vec{E}(M) = kq \frac{2a|x|}{(x^2 - \frac{a^2}{4})^2} \vec{i}$$

3ème cas: le point M est entre O et B



$$\|O\vec{M}\| = x ; 0 < x < a/2$$



Le champ électrique créé par les 2 charges au point M est:

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M)$$

$$= k \frac{-q}{\|\vec{AM}\|^2} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} + k \frac{q}{\|\vec{BM}\|^2} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|}$$

Avec:

$$\|\vec{AM}\| = |x| + a/2$$

$$\|\vec{BM}\| = a/2 - x$$

et

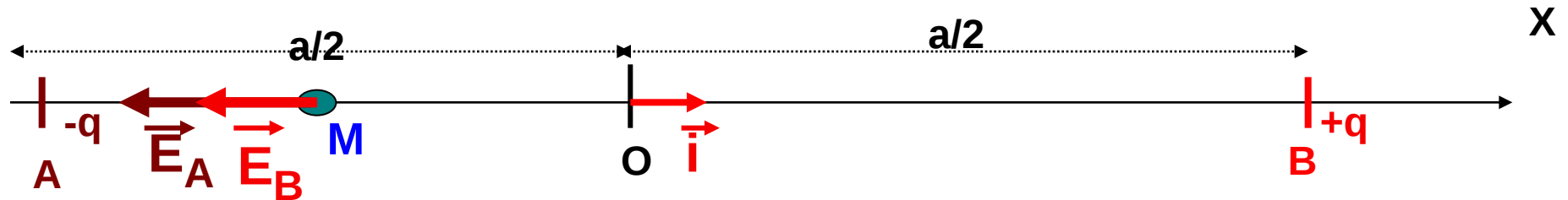
$$\frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} = \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|} = -\vec{i}$$

$$\vec{E}(M) = -2kq \frac{x^2 + \frac{a^2}{4}}{(x^2 - \frac{a^2}{4})^2} \vec{i}$$

4ème cas: le point M est entre O et A



$$\|\vec{OM}\| = x ; -a/2 < x < 0$$



Le champ électrique créé par les 2 charges au point M est:

$$\begin{aligned}\vec{E}(M) &= \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M) \\ &= k \frac{-q}{\|\vec{AM}\|^2} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} + k \frac{q}{\|\vec{BM}\|^2} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|}\end{aligned}$$

$$\vec{E}(M) = kq \left(\frac{-1}{(x + a/2)^2} + \frac{-1}{(a/2 - x)^2} \right) \vec{i}$$

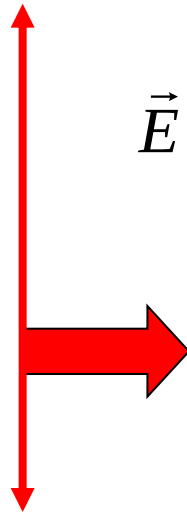
Avec:

$$\|\vec{AM}\| = a/2 - |x|$$

$$\|\vec{BM}\| = a/2 + |x|$$

et

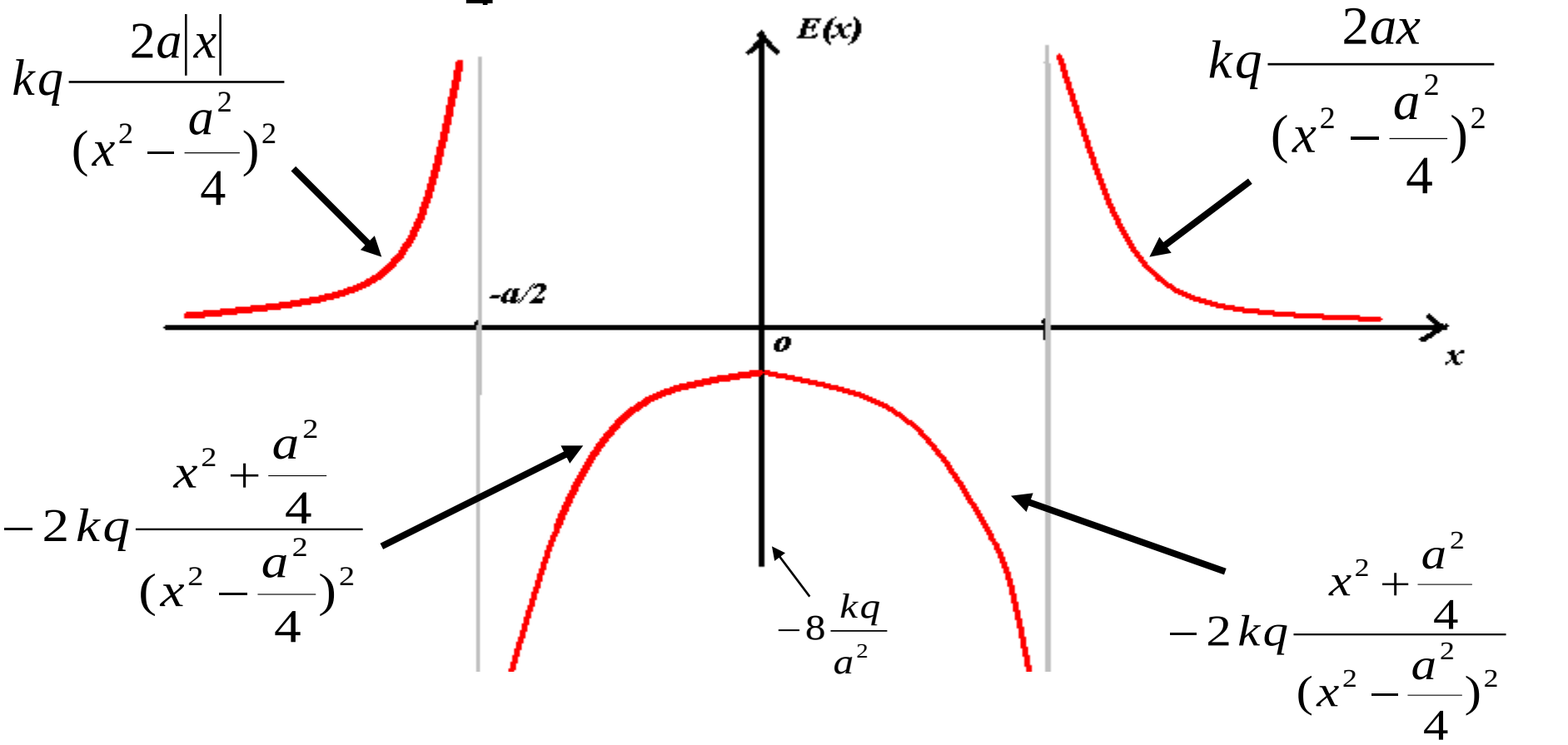
$$\frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|} = \vec{i} ; \quad \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|} = -\vec{i}$$



$$\vec{E}(M) = -2kq \frac{x^2 + \frac{a^2}{4}}{(x^2 - \frac{a^2}{4})^2} \vec{i}$$

5ème cas: le point M et O sont confondus

$$\vec{E}(M) = -2kq \frac{x^2 + \frac{a^2}{4}}{(x^2 - \frac{a^2}{4})^2} \vec{i} \text{ Pour } x=0 \implies \vec{E}(M) = -8 \frac{kq}{a^2} \vec{i}$$



SERIE I : ELECTROSTATIQUE

Distributions de charges, Forces électrostatiques

Exercice 9 :

Soient 3 boules identiques A,B,C. A et B sont fixes, distantes de d et portent des charges respectivement q et $q' = 2q$.

La boule C, pouvant se déplacer librement sur la droite AB, est initialement neutre. On amène la boule C au contact de A et on l'abandonne .

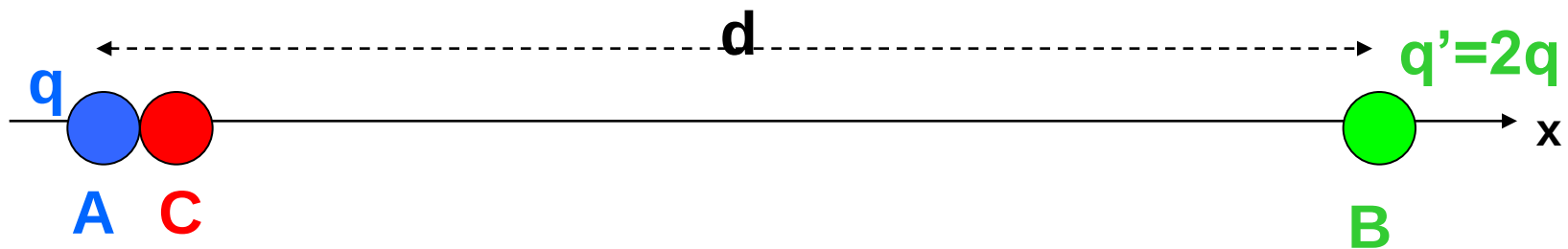
1/ Déterminer la position d'équilibre de la boule C.

2/ Trouver la relation entre q et q' pour que la boule C retrouve son équilibre au milieu de AB

Solution 9:

1)

à $t = 0$



$A \equiv 0$ origine des abscisses

Quand on met C en contact avec A
(La boule C est initialement neutre)

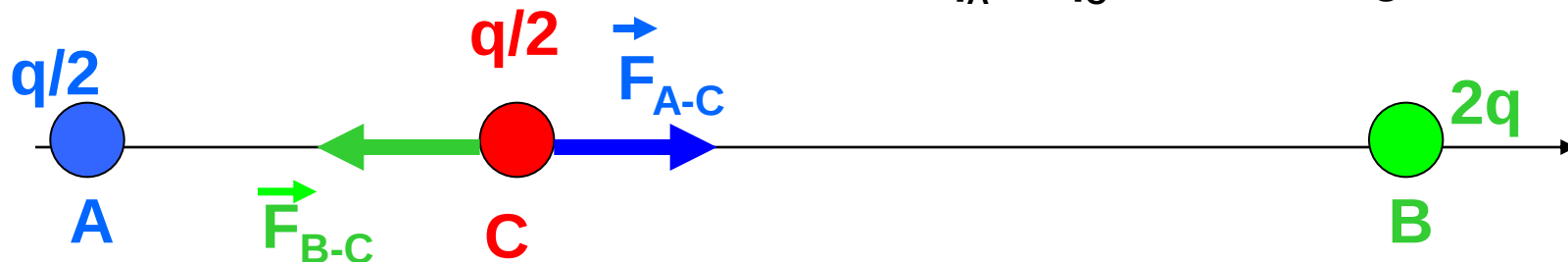


Transfert de charge de A vers C



Les boules A et C vont se partager
La charge q puisqu'ils sont identiques

à l'équilibre $\rightarrow q_A = q/2$ et $q_C = q/2 \rightarrow$ Les boules A et C vont se repousser
car q_A et q_C de même signe



$$\vec{F}_{A-C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{q}_A \cdot \vec{q}_C}{\|\vec{A\vec{C}}\|^2} \frac{\vec{A\vec{C}}}{\|\vec{A\vec{C}}\|} \quad \text{avec} \quad \|\vec{A\vec{C}}\| = x \quad \text{et} \quad q_A = q/2$$

$$\vec{F}_{B-C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{q}_B \cdot \vec{q}_C}{\|\vec{B\vec{C}}\|^2} \frac{\vec{B\vec{C}}}{\|\vec{B\vec{C}}\|} \quad \text{avec} \quad \|\vec{B\vec{C}}\| = d - x \quad \text{et} \quad q_C = q/2$$

$$\Rightarrow \|\vec{F}_{A-C}\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q/2 \cdot q/2}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2/4}{x^2}$$

$$\|\vec{F}_{B-C}\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q/2 \cdot 2q}{(d-x)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(d-x)^2}$$

$$\text{à l'équilibre} \quad \|\vec{F}_{A-C}\| = \|\vec{F}_{B-C}\| \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2/4}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(d-x)^2}$$

$$\Rightarrow (d-x)^2 = 4x^2$$

$$(d - x)^2 = x^2 - 2dx + d^2 = 4x^2 \quad \rightarrow \quad 3x^2 + 2dx - d^2 = 0$$

$$\Delta = 4d^2 + 12d^2 = 16d^2 \quad \rightarrow \quad x = (-2d + 4d) / 6 = d / 3$$

2)

Relation entre q et q' pour que C retrouve son équilibre au milieu de AB



$$x = d / 2$$

$$\vec{F}_{A-C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A \cdot q_C}{\|\vec{AC}\|^2} \frac{\vec{AC}}{\|\vec{AC}\|}$$

$$\vec{F}_{B-C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_B \cdot q_C}{\|\vec{BC}\|^2} \frac{\vec{BC}}{\|\vec{BC}\|}$$

$$\|\vec{F}_{A-C}\| = \|\vec{F}_{B-C}\| \quad \rightarrow \quad \frac{q_A \cdot q_C}{\|\vec{AC}\|^2} = \frac{q_B \cdot q_C}{\|\vec{BC}\|^2}$$

$$\text{comme } q_A = q / 2 \text{ et } \|\vec{AC}\| = \|\vec{BC}\| = d / 2$$

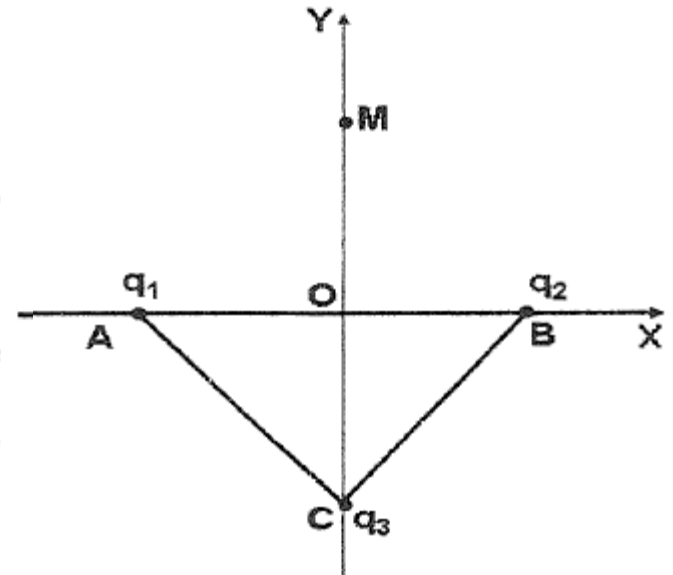
On déduit que la charge au point C (q'):

$$q' = q / 2$$

Exercice 10:

Trois charges positives q_1 , q_2 et q_3 sont placées sur les sommets d'un triangle ABC ($AB = AC = BC = a$ et $OA = OB = a/2$). Soit un point M de l'axe OY tel que : $OM = y > 0$.

- 1- Déterminer le potentiel $V(M)$ crée par les trois charges au point M en fonction de y et a .
- 2- Si $q_1 = q_2$, donner le sens du champ électrique produit au point M par les trois charges. En déduire la valeur du champ à partir de l'expression du potentiel.
- 3- Si $q_1 = q_2 = q_3$, déterminer l'énergie électrostatique du système composé des charges q_1 , q_2 et q_3 .



Solution 10:

1-
$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) + V_3(M)$$

→ Avec :
$$V_1(M) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \|AM\|}, \quad V_2(M) = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \|BM\|} \quad \text{et} \quad V_3(M) = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \|CM\|}$$

$$\|\overrightarrow{AM}\| = \|\overrightarrow{BM}\| = \sqrt{y^2 + \frac{a^2}{4}} \quad \text{et} \quad \|\overrightarrow{CM}\| = y + \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$V(M) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{y^2 + \frac{a^2}{4}}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)}$$

2-Soient E_1 : champ crée par q_1 au point M, E_2 : champ crée par q_2 au point M et E_3 :

champ crée par q_3 au point M : $\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$ $\vec{E}_3$ est porté par OY

si $q_1 = q_2 \Rightarrow \|\vec{E}_1\| = \|\vec{E}_2\| \Rightarrow$ les composantes suivant OX s'annulent et celles

suitant OY s'additionnent $\Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ est porté par OY $\Rightarrow \vec{E}_t$ est porté par OY

$$E = -\frac{\partial V}{\partial y} \Rightarrow E(M) = \frac{2q_1 y}{4\pi\epsilon_0 \left(y^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2}} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}$$

$$2q_1 = q_2 = q_3 \quad U = \frac{1}{2}q_1 V_1 + \frac{1}{2}q_2 V_2 + \frac{1}{2}q_3 V_3 \quad V_1(M) = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \|\overrightarrow{BA}\|} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \|\overrightarrow{CA}\|} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 a}$$

$$V_2(M) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \|\overrightarrow{AB}\|} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \|\overrightarrow{CB}\|} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 a} \quad V_3(M) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \|\overrightarrow{AC}\|} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 \|\overrightarrow{BC}\|} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 a} \quad \rightarrow \quad U = \frac{3q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

SERIE I : ELECTROSTATIQUE

Distributions de charges, Forces électrostatiques

Exercice 11:

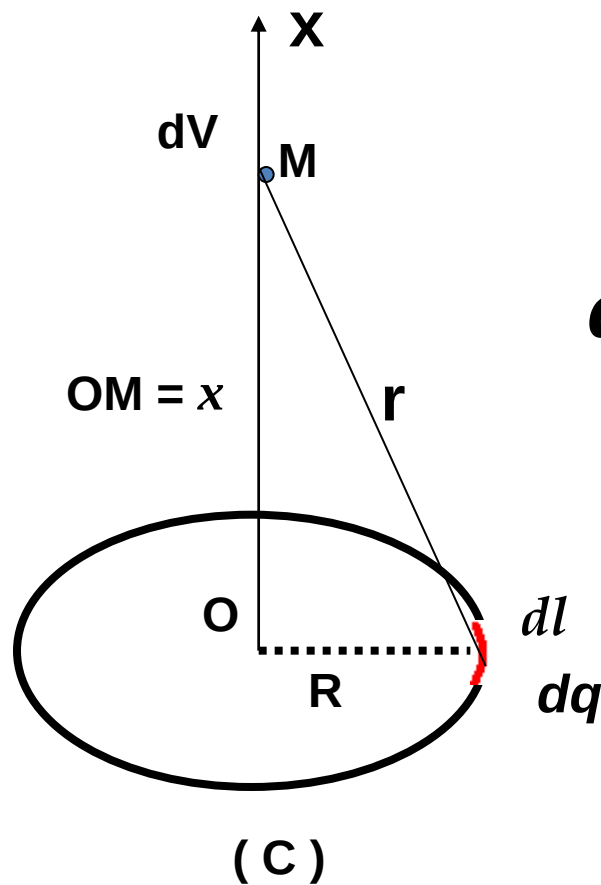
Un cercle de centre O de rayon R, porte une charge q répartie uniformément.

1/ Calculer la densité de charge λ .

2/ Déterminer le potentiel et le champ électrique sur l'axe normal au plan du cercle

3/ Tracer les courbes $V(x)$ et $E(x)$.

Solution 11:



$$dq = \lambda dl \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{\sqrt{(x^2 + R^2)}}$$

$$\begin{aligned} V &= \int_{(C)} dV = \int_{(C)} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{\sqrt{(x^2 + R^2)}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{\sqrt{(x^2 + R^2)}} \int_{(C)} dl \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda 2\pi R}{\sqrt{(x^2 + R^2)}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{(x^2 + R^2)}}$$

Exercice 12:

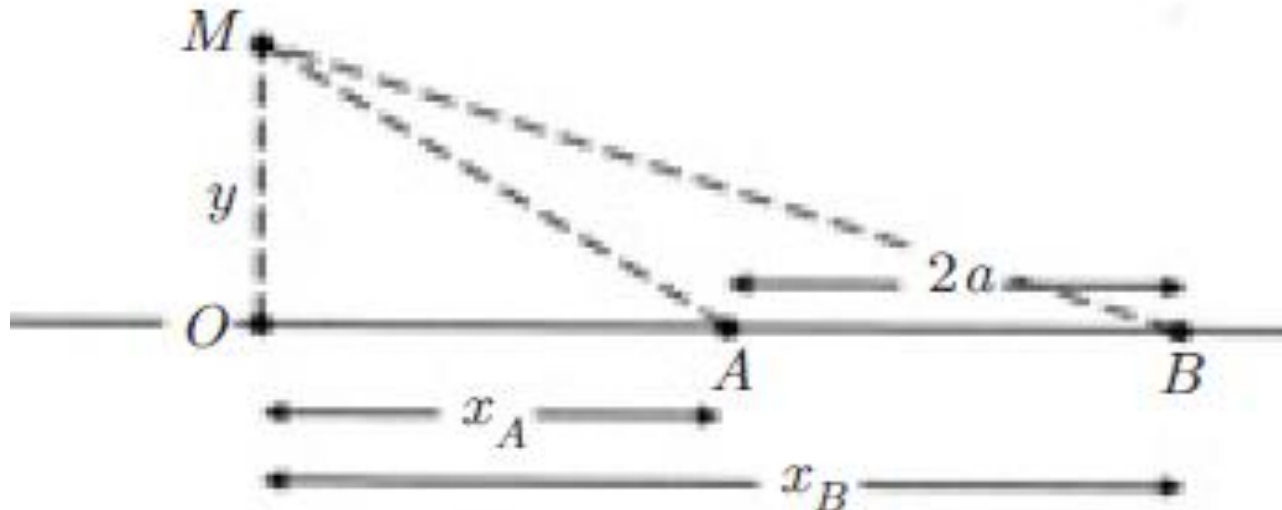
1) Calculer, en tout point M de l'espace, le champ électrique E créé par un fil rectiligne AB de longueur finie $2a$, portant une densité linéique de charges $\lambda > 0$.

Soit O la projection de M sur la droite AB , on posera :

$$OM = y, OA = x_A, OB = x_B$$

2) On examinera les cas particuliers suivants :

- a) le point M est dans le plan médiateur de AB ,
- b) le fil a une longueur infinie.



Solution 12:

SMPC **SMAI** **SVT** **ENSAJ**

Résumé des cours, corrigé des exercices et des examens en maths, physique et chimie, pour les étudiants Niveau universitaire

MATH : (Analyse, Algèbre)

PHYSIQUE : (Optique, électricités, Electronique)

Chimie : (chimie générale, Chimie en solution, liaison chimique)

Veillez nous contacter :

- **06-19-37-44-16**
- **06-26-45-09-23**

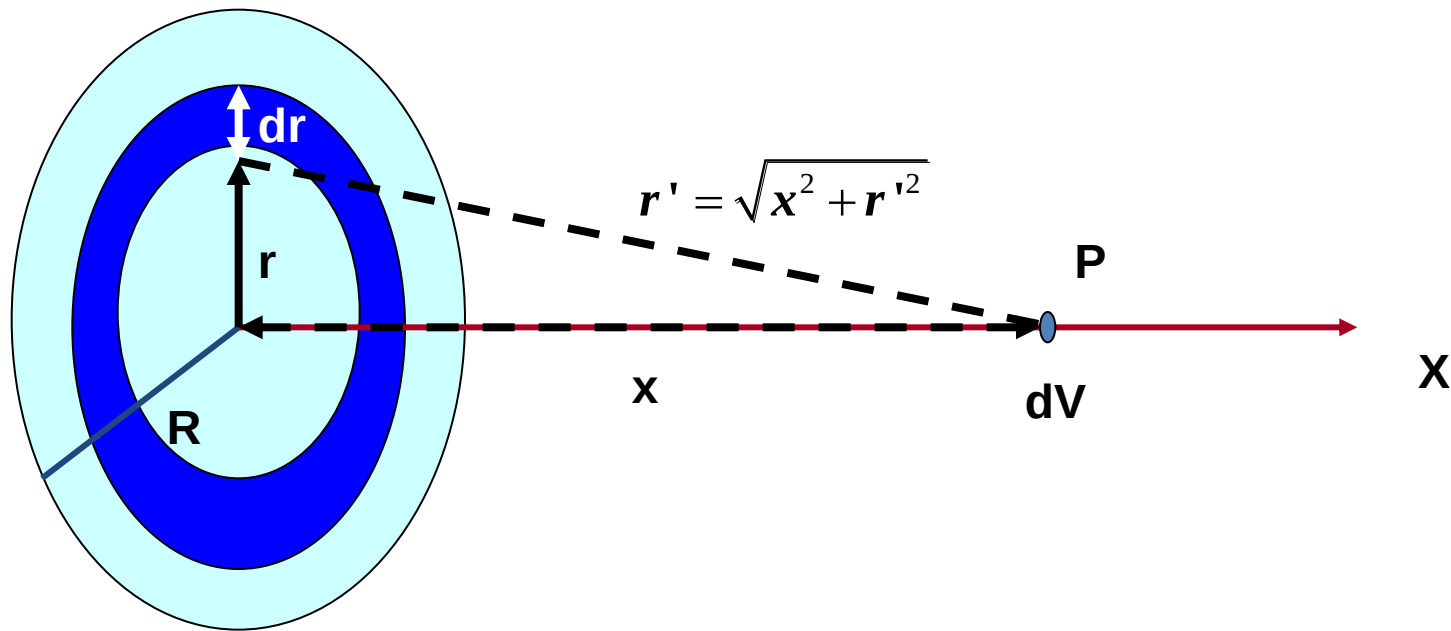
SERIE II : ELECTROSTATIQUE

potentiel électrique, énergie potentielle et théorème de Gauss
dipôle électrostatique

Exercice 1

Soit un disque uniformément chargé avec une densité surfacique σ . Déterminer le potentiel en un point P de son axe.

Solution 1:



$dq = \sigma(2\pi r)dr$ ou $(2\pi r)dr$ est la surface de l'anneau

Tout les points de l'anneau sont à la même distance r' du point P

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{(x^2 + r^2)}}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{(x^2 + r^2)}} \longrightarrow V(r) = \int_{disque} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{(x^2 + r^2)}}$$

$$V(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_{disque} \frac{r dr}{\sqrt{(x^2 + r^2)}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R (x^2 + r^2)^{-1/2} r dr$$

$$V(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(x^2 + r^2)^{1/2} \right]_0^R = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(x^2 + R^2)^{1/2} - x \right]$$

Pour $x \gg R \Rightarrow (x^2 + R^2)^{1/2} = x \left(1 + \frac{R^2}{2x^2} \right) = x + \frac{R^2}{2x}$

On obtient:

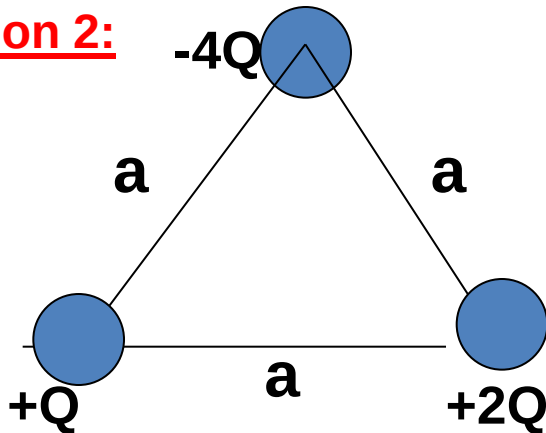
$$V(x) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \frac{R^2}{x} = \frac{\sigma \pi R^2}{4\epsilon_0 \pi x} = \frac{1}{4\epsilon_0 \pi} \frac{q}{x}$$

SERIE II : ELECTROSTATIQUE

potentiel électrique, énergie potentielle et théorème de Gauss
dipôle électrostatique

Exercice 2: Trois charges ponctuelles Q_1 , Q_2 et Q_3 fixes forment entre elles un triangle équipotentiel de côté a . Quelle est l'énergie potentielle du système ?
On donne : $Q_1 = -4Q$, $Q_2 = +2Q$, $Q_3 = +Q$. $Q = 10^{-7}C$ et $a = 10cm$

Solution 2:



Energie potentielle du système

$$W_{\text{totale}} = W_{1-2} + W_{1-3} + W_{2-3}$$

$$W_{\text{totale}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+Q)(+2Q)}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+Q)(-4Q)}{a} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+2Q)(-4Q)}{a}$$

$$W_{\text{totale}} = \frac{-10}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{a}$$

SERIE II : ELECTROSTATIQUE

potentiel électrique, énergie potentielle et théorème de Gauss
dipôle électrostatique

Exercice 3:

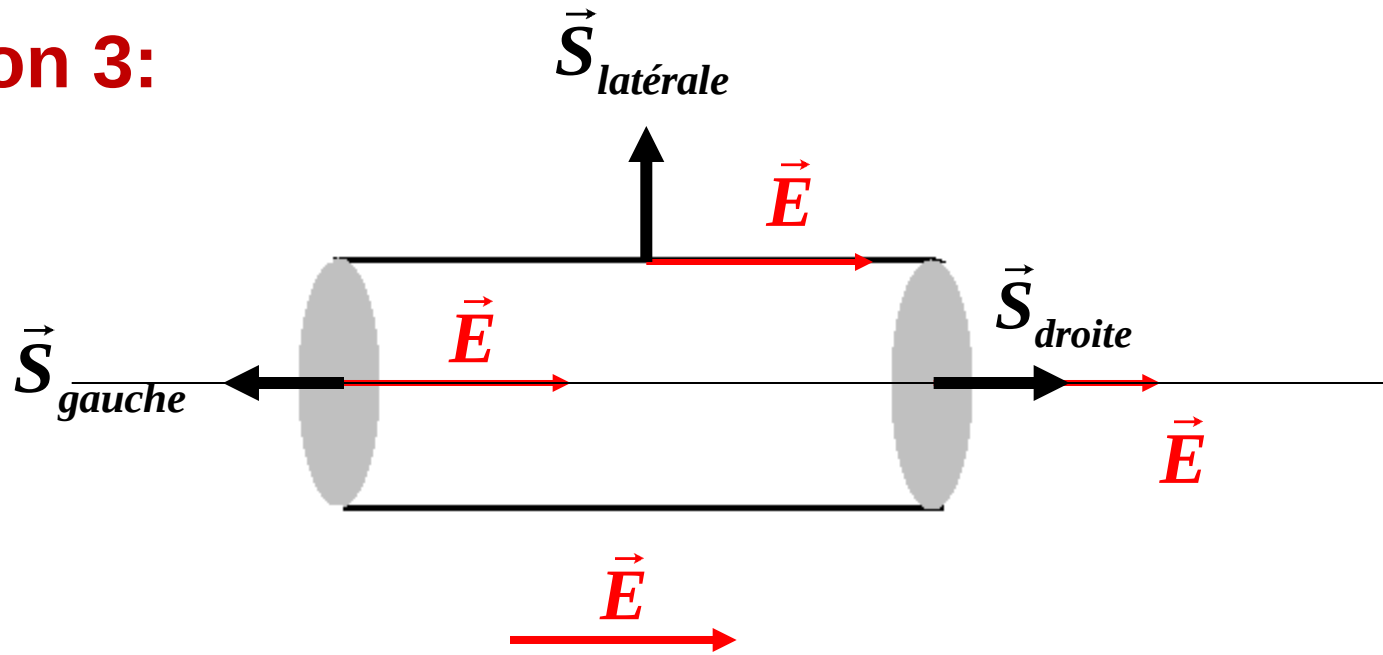
Dans un champ électrique E uniforme , on place un cylindre fermé de rayon R de telle sorte que son axe est parallèle . Déterminer le

flux Φ_E

à travers cette surface fermée. Si on place à l'intérieur de ce même cylindre une charge Q , donner la valeur du flux à travers cette même surface.

Solution 3:

1)



$$\phi = (\vec{S}_g \cdot \vec{E} + \vec{S}_d \cdot \vec{E} + \vec{S}_l \cdot \vec{E})$$

$$\phi = (S_g \cdot E \cos \pi + S_d \cdot E \cos 0 + S_l \cdot E \cos \pi / 2)$$

$$\phi = -S_g \cdot E + S_d \cdot E = 0 \longrightarrow \text{Le flux à travers une surface fermée ne contenant pas de charge à l'intérieur est nul}$$

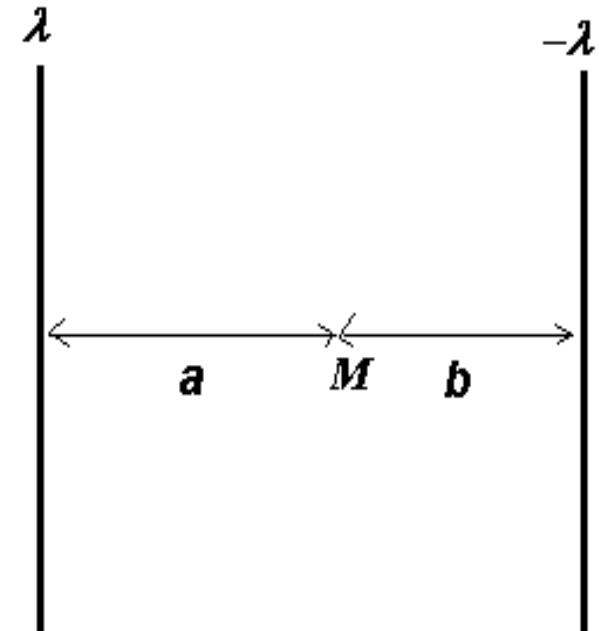
SERIE II : ELECTROSTATIQUE

potentiel électrique, énergie potentielle et théorème de Gauss
dipôle électrostatique

Exercice 4:

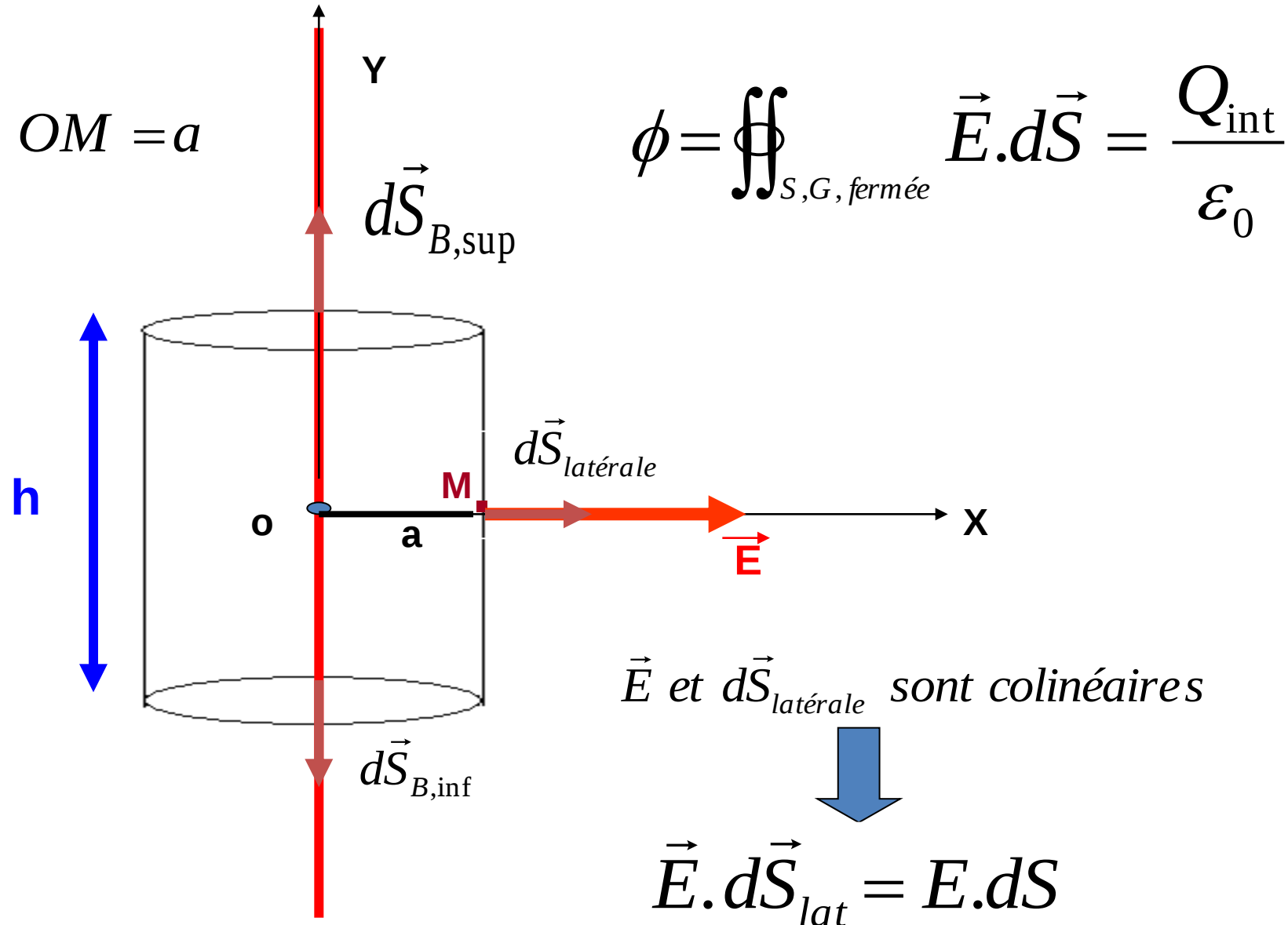
Soit un fil infini uniformément chargé avec une densité linéaire λ .

- 1- En utilisant la méthode directe la méthode de Gauss , calculer le champ E à une distance a de ce fil.
- 2- On dispose maintenant d'un deuxième fil infini , portant une densité linéaire $-\lambda$, et disposé par rapport au premier fil comme l'indique ci-dessous . En supposant que le point M se trouvant dans le plan formé par les deux fils , donner la valeur du champ au point M .



Solution 4:

Théorème de Gauss



$$\phi = \oiint_{S, G, \text{ fermée}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\phi = \phi_{S, \text{lat}} + \phi_{S, B \text{inf}} + \phi_{S, B \text{sup}}$$

$$\phi_{S, B \text{inf}} = \oiint_{S, B \text{inf}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B \text{inf}} = 0 \text{ car } \vec{E} \perp d\vec{S}_{B \text{inf}}$$

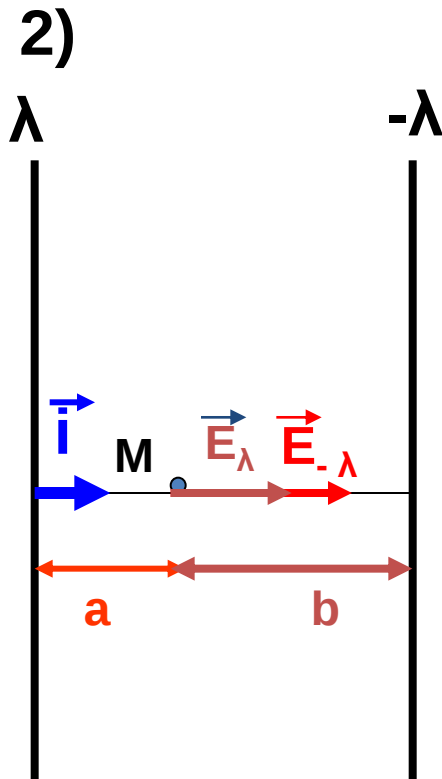
$$\phi_{S, B \text{sup}} = \oiint_{S, B \text{sup}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B \text{sup}} = 0 \text{ car } \vec{E} \perp d\vec{S}_{B \text{sup}}$$

$$\phi_{S \text{ lat}} = \oiint_{S \text{ lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{S \text{ lat}} = \iint_{S \text{ lat}} E \cdot dS_{S \text{ lat}} \text{ car } \vec{E} // d\vec{S}_{S \text{ lat}}$$

Comme le champ $\vec{E}$ est constant en tout point M sur la surface latérale

$$\phi = \phi_{S, \text{lat}} = E \iint dS_{\text{lat}} = E \cdot S_{\text{lat}} = E \cdot 2\pi ah = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\longrightarrow E = \frac{Q_{\text{int}}}{2\pi ah \epsilon_0} \text{ et comme } Q_{\text{int}} = \lambda h \longrightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi a \epsilon_0} \vec{i}$$



$$\vec{E} = \vec{E}_\lambda + \vec{E}_{-\lambda}$$

$$\vec{E}_\lambda = \frac{\lambda}{2\pi a \epsilon_0} \vec{i} \quad \text{et} \quad \vec{E}_{-\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi b \epsilon_0} \vec{i}$$



$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi a \epsilon_0} \vec{i} + \frac{\lambda}{2\pi b \epsilon_0} \vec{i}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right] \vec{i}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{a+b}{ab} \right] \vec{i}$$

Exercice 5

Déplacement parallèle à un champ électrique uniforme

Calculer le champ électrique nécessaire pour déplacer une charge positive entre les deux plaques si la distance d vaut 2 mm ?

Solution 5:

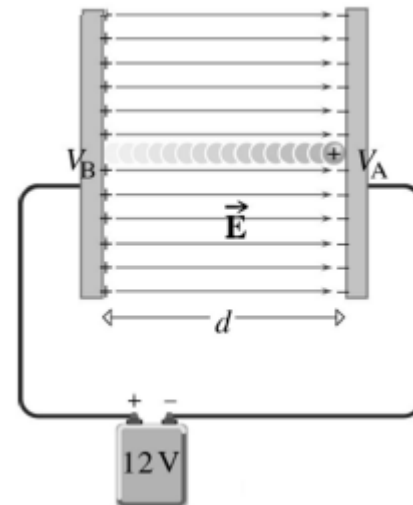
a) La circulation du champ électrostatique entre les deux plaques, s'écrit:

$$\begin{aligned}C_{BA}(\vec{E}) &= \int_{BA} \vec{E} \cdot d\vec{M} = -\int_{BA} dV = -(V(A) - V(B)) \\ \Rightarrow \int_{BA} E \cdot dx &= E \int_{x_B}^{x_A} dx = E \cdot (x_A - x_B) = E \cdot d = V(B) - V(A) \\ \Rightarrow E &= \frac{V(B) - V(A)}{d}\end{aligned}$$

A. N.: La ddp aux bornes de la pile est 12 V et $d = 2\text{ mm}$

$$E = \frac{12\text{ V}}{2 \times 10^{-3}\text{ m}}$$

$$E = 6,0\text{ kV/m}$$



Exercice 6

Soient trois charges ponctuelles maintenues en place par des forces indéterminées.

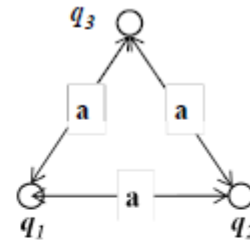
Quelle est l'énergie potentielle U de ce système de charges?

On suppose que $a = 12 \text{ cm}$ et que $q_1 = +q$, $q_2 = -4q$ et $q_3 = +2q$, où $q = 150 \text{ nC}$.

Solution 6:

L'énergie potentielle d'interaction de l'ensemble des charges électriques est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j \neq i}^3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$
$$\Rightarrow U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{a} + \frac{q_1 q_3}{a} + \frac{q_2 q_3}{a} \right)$$
$$\Rightarrow U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q(-4q)}{a} + \frac{q(2q)}{a} + \frac{(2q)(-4q)}{a} \right) = \frac{-10q^2}{4\pi\epsilon_0 a} = -k \frac{10q^2}{a}$$



A. N.: $k = 9.0 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$

$$U = -\left(9.0 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2\right) \frac{10 \times (150.0 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(12.0 \times 10^{-2} \text{ m})} = -1.69 \times 10^{-2} \text{ J.}$$

Exercice 7:

Soit un plan infini π est uniformément chargé avec une distribution surfacique uniforme σ . Trouvons le champ créé par ce plan.

Solution 7:

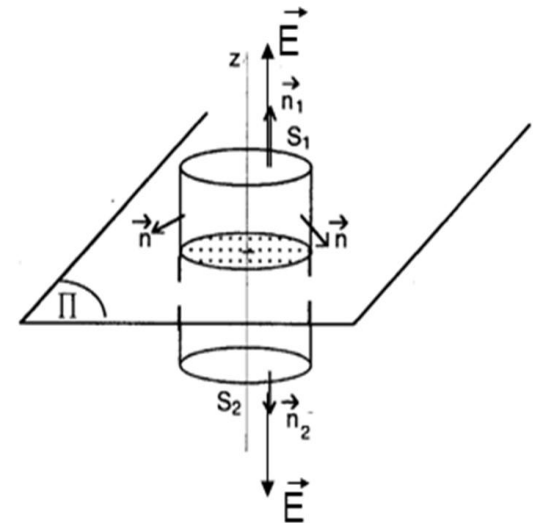
- Surface de Gauss : cylindre perpendiculaire au plan et de hauteurs symétriques
- Décomposition de la surface fermée: S_1 , S_2 et S_{lat}
- Pour les deux bases, le champ est parallèle à la normale.
- Pour la surface latérale, le champ est perpendiculaire à la normale.
- La charge totale Q à l'intérieur de la surface de Gauss vaut $\sigma S'$.
- Théorème de Gauss:

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{n}_1 dS_1 + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{n}_2 dS_2 + \iint_{S_{lat}} \vec{E} \cdot \vec{n} dS$$
$$\Rightarrow \iint_{S_1} E dS_1 + \iint_{S_2} E dS_2 + 0 = E \iint_{S_1} dS_1 + E \iint_{S_2} dS_2$$

$$\Rightarrow 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Le champ ne dépend pas de la surface du plan supposé infini.



Exercice 8:

Déterminer le champ électrique créé en n'importe quel point de l'espace par un dipôle en fonction du moment dipolaire, en supposant que $r \gg a$.

Solution 8:

On appelle **dipôle électrostatique** un système de deux charges ponctuelles opposées (+q) et (-q) séparées par une distance (2a) constante et infiniment petite.

De tels couples de charges sont caractérisés par un **moment dipolaire** donnée par:

$$\vec{p} = q\vec{AB} \quad \text{ou} \quad \vec{p} = 2qa\vec{e}$$

L'unité du moment dipolaire est le **Debye** qui vaut: $1D = \frac{1}{3} 10^{-29} \text{ C.m}$

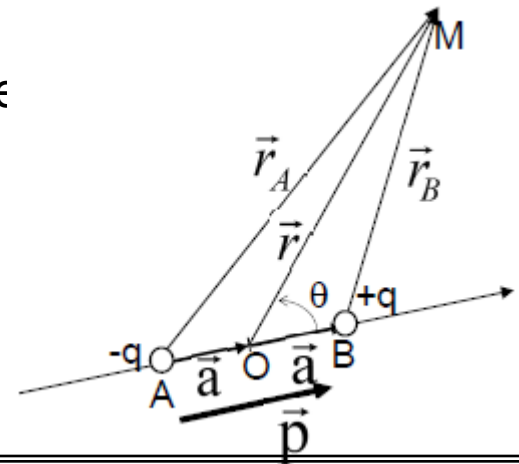
Il s'agit de calculer le potentiel créé en un point M par un couple de deux

charges opposées situées à une grande distance du point en question.

Le potentiel des deux charges est donné par:

$$V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

A grande distance ce potentiel peut s'écrire:



A grande distance ce potentiel peut s'écrire:

$$V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad \text{ou} \quad V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Établissement de l'expression dans l'approximation $a \ll r$:

$$V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\vec{r}_A = \vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM} = \vec{a} + \vec{r} \quad \text{et} \quad \vec{r}_B = \vec{BM} = \vec{BO} + \vec{OM} = \vec{r} - \vec{a}$$

$$\text{Calculons } r_A^2 \quad r_A^2 = (\vec{r} + \vec{a}) \cdot (\vec{r} + \vec{a}) = r^2 + a^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{r} \approx r^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{r} = r^2 \left(1 + 2 \frac{\vec{a} \cdot \vec{r}}{r^2} \right)$$

$$\text{Soit } r_A \approx r (1 + 2u)^{1/2} \quad \text{avec} \quad u = \frac{\vec{a} \cdot \vec{r}}{r^2} \ll 1$$

$$\text{On aura de même, pour } r_B^2 : \quad \text{Soit } r_B \approx r (1 - 2u)^{1/2}$$

L'expression du potentiel peut s'écrire:

$$V \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r(1-2u)^{1/2}} - \frac{1}{r(1+2u)^{1/2}} \right)$$

En utilisant le développement suivant: $(1 + u)^n \approx 1 + nu$

On obtient finalement l'expression du potentiel créé par le dipôle à grande distance en fonction du moment dipolaire:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} (1 + u - (1 - u)) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} 2u = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} 2 \frac{\vec{a} \cdot \vec{r}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

Exercice 9:

Déterminer le champ électrique créé en n'importe quel point de l'espace par un dipôle en fonction du moment dipolaire, en supposant que $r \gg a$.

Solution 9:

L'expression du potentiel créé par un dipôle à grande distance en fonction du moment dipolaire, s'écrit:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2}$$
$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_\theta \vec{e}_\theta = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \Rightarrow \begin{cases} E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3} \end{cases} \Rightarrow \vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$$

Exercice 10:

Soit une sphère conductrice de centre O et de rayon R portant une densité superficielle uniforme $\sigma > 0$

1. Quelle est la charge totale Q, portée par la sphère ?
2. Calculer le potentiel V et le champ $\vec{E}$ en un point situé à l'intérieur de la sphère sans utiliser le théorème de Gauss.
3. En appliquant le théorème de Gauss, calculer le champ E à l'extérieur de la sphère
4. En déduire la valeur du potentiel à l'extérieur de la sphère
5. Tracer les courbes représentatives $E(r)$ et $V(r)$
6. Déterminer l'expression de l'énergie électrostatique de la sphère S en fonction de σ et R.

Solution 10:

1- $Q = \iint \sigma \cdot ds = \sigma \cdot 4\pi \cdot R^2$

2- sphère conductrice $\Rightarrow$ le potentiel V est constant sur la sphère $\Rightarrow V = V(O)$

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow V = V(O) = \iint \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \iint dq \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{R \cdot \sigma}{\epsilon_0}} \Rightarrow \boxed{E = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow E = 0}$$

3- $\phi = \iint_{SG} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow \phi = E(r) \cdot r^2 \cdot \int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi r^2 \cdot E(r) \Rightarrow \overline{E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{\sigma \cdot R^2}{\epsilon_0 \cdot r^2}}$

4-

Pour $r < R$:

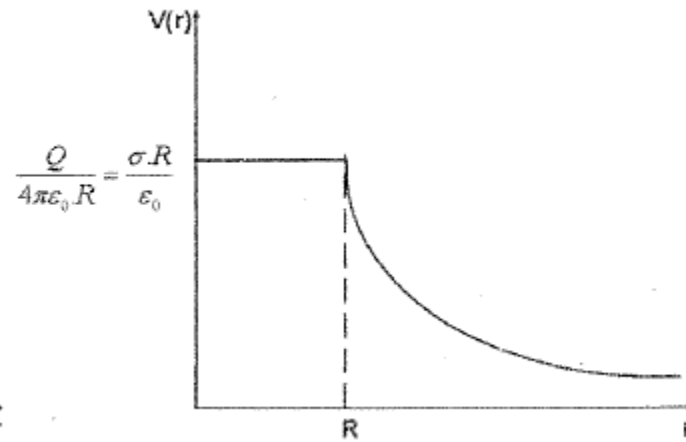
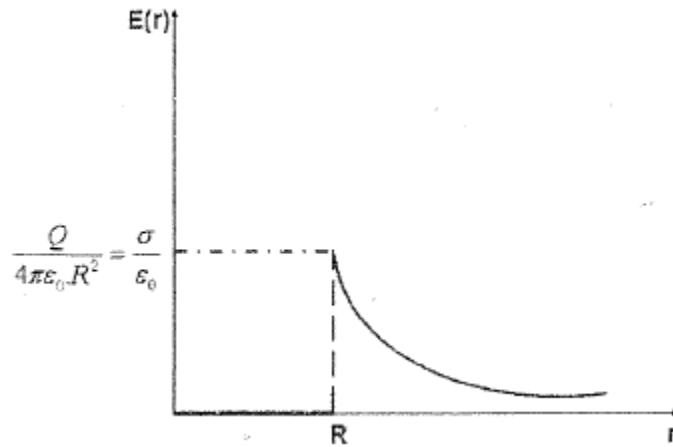
$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{R\sigma}{\epsilon_0}$$

Pour $r < R$: $\vec{E}(r) = -\vec{\text{grad}}V = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r \Rightarrow V = -\int E(r).dr + K$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + K = \frac{R^2\sigma}{\epsilon_0 r} + K \Rightarrow V(\infty) = 0 \Rightarrow K = 0$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{R^2\sigma}{\epsilon_0 r}$$

5- Représentation de $E(r)$ et $V(r)$



6-

$$U = \frac{1}{2} Q.V = \frac{1}{2} (4\pi R^2 \sigma) \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \Rightarrow U = \frac{2\pi \sigma^2 R^3}{\epsilon_0}$$

SERIE III : ELECTROCINETIQUE

Association de condensateurs, de résistances & réseaux électriques

Exercice 1 :

Trois condensateurs de capacité $C_1=1\text{mF}$, $C_2=3,3\text{mF}$, $C_3=4,7\text{mF}$ sont associés en parallèle. La charge totale du groupement est $q=0,216\text{mC}$. Calculer :

- 1 - la capacité équivalente
- 2 - la tension aux bornes
- 3 - l'énergie stockée par l'ensemble
- 4 - Que devient cette énergie si la tension diminue d'un tiers.

Solution 1 :

Les condensateurs étant montés en dérivation, la capacité du condensateur équivalent à l'ensemble est

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 4,7 + 1 + 3,3 = 9\text{mF}.$$

La tension aux bornes du condensateur équivalent

$$V = Q/C = 2,16 \cdot 10^{-4} / 9 \cdot 10^{-6} = 24\text{V}.$$

L'énergie stockée dans les condensateurs est:

$$W = 1/2 CV^2 = 0,5 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot 24^2 = 2,59 \text{ mJ}.$$

la nouvelle tension vaut 16 V ainsi l'énergie devient

$$W = 1,15 \text{ mJ}$$

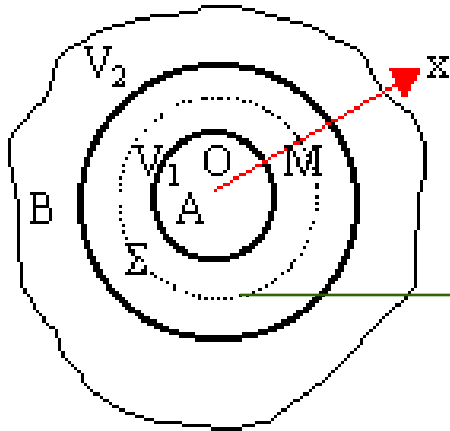
SERIE III : ELECTROCINETIQUE

Association de condensateurs, de résistances & réseaux électriques

Exercice 2:

Calculer la capacité d'un condensateur dont l'armature interne est une sphère de centre O et de rayon R_1 . La surface interne de l'armature externe est une sphère de centre O et de rayon R_2 .

Solution 2:



V1 : potentiel de l'armature interne (**R₁**)

V2 : potentiel de l'armature externe (**R₂**)

Q : charge de l'armature A

Les lignes de champ sont radiales, les surfaces équipotentiellles sont des sphères de centre O.

Th. de gauss: calcul du champ puis du potentiel

flux du champ à travers
la sphère Σ de rayon x :

$$E \cdot 4\pi x^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 x^2}$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

puisque **E** ne dépend que de **x**

$$dV = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{x^2}$$

intégrer entre R_1 et R_2 .



$$V_2 - V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]$$

capacité = $Q/(V_2 - V_1)$ →

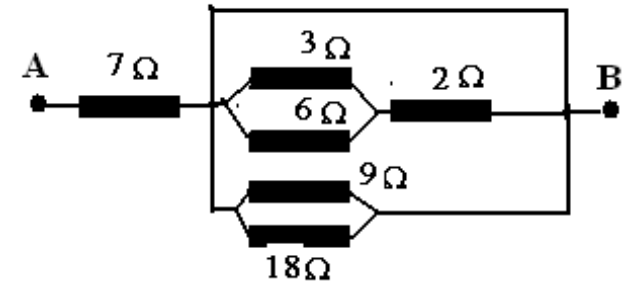
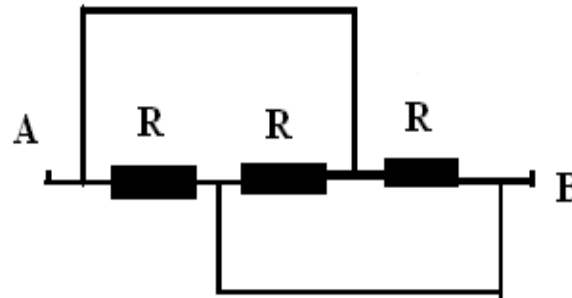
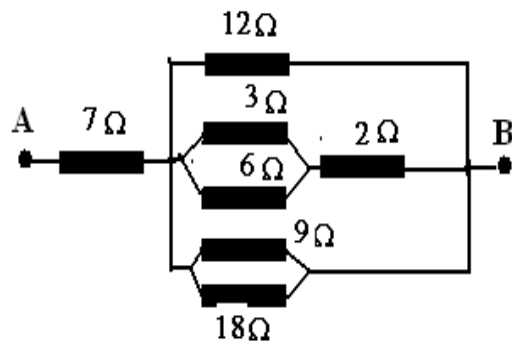
$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

SERIE III : ELECTRODINAMIQUE

Association de condensateurs, de résistances & réseaux électriques

Exercice 3

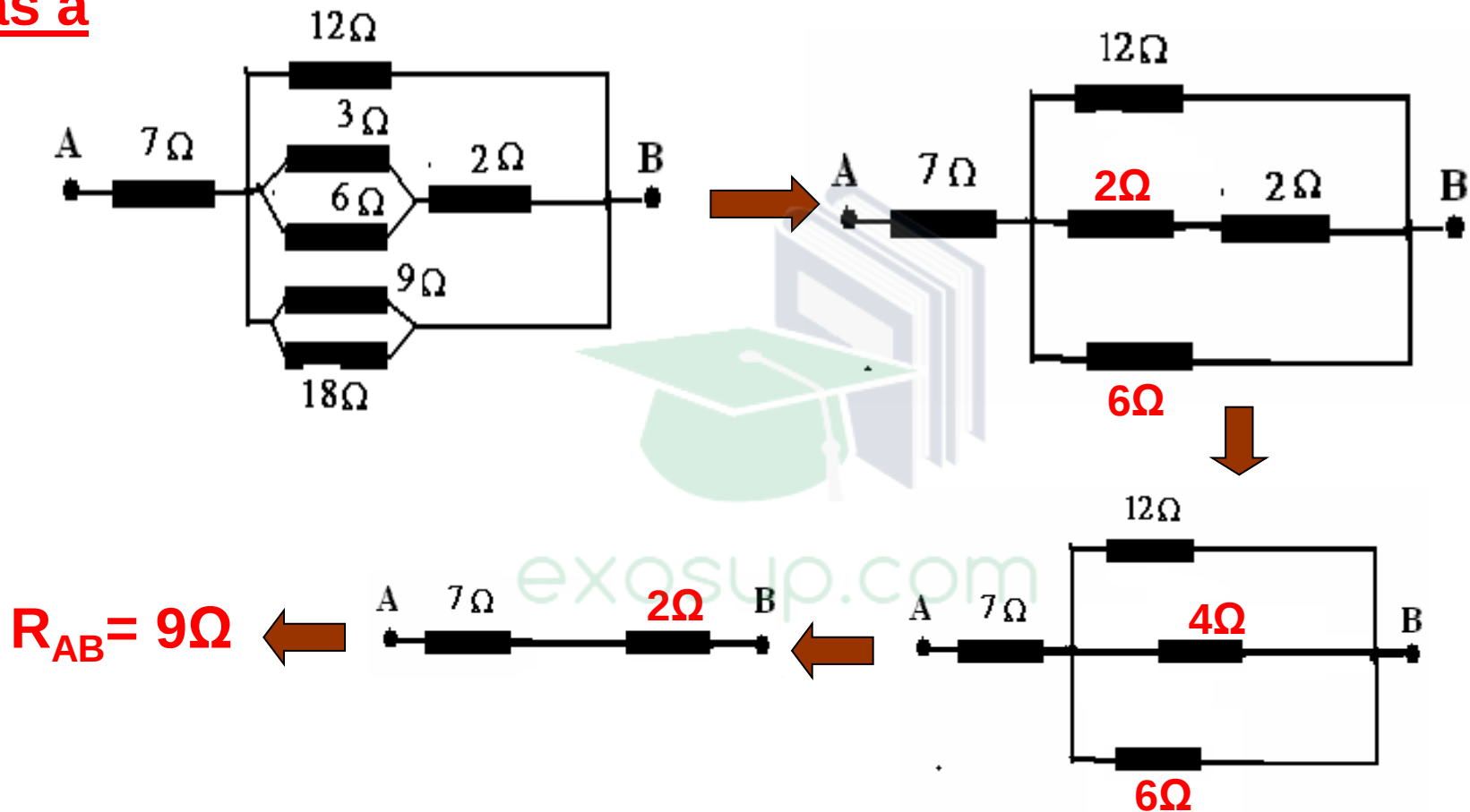
Déterminer la résistance R_{AB} équivalente de l'ensemble
Des résistances représentées ci contre , entre les points A et B



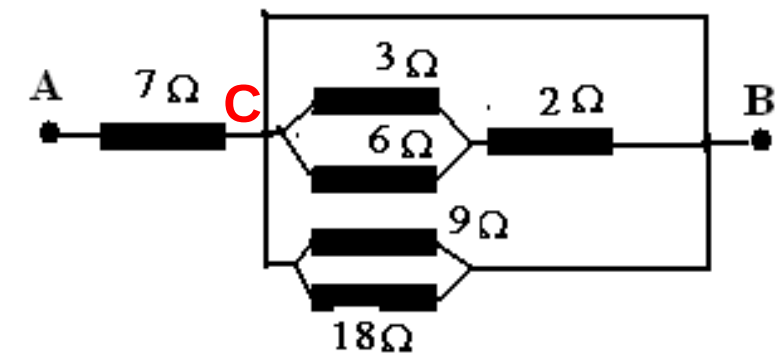
Solution 3

Résistance équivalente entre A et B

Cas a



Cas b



Le point C et B sont au même potentiel

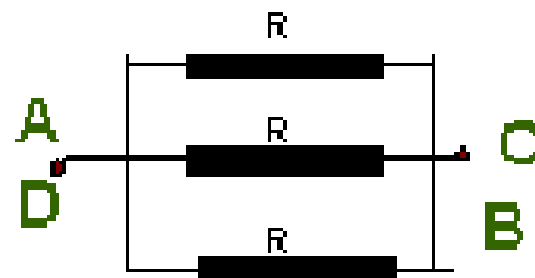
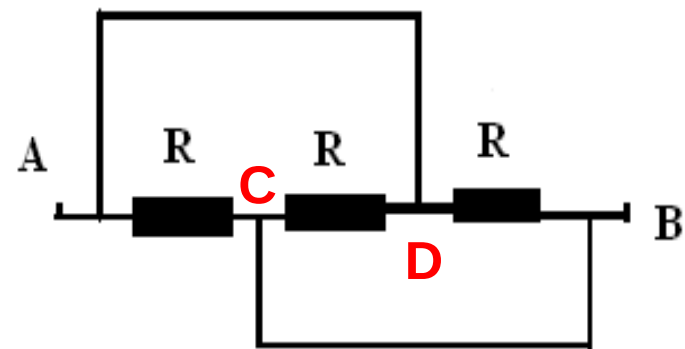
$$\rightarrow C \equiv B \rightarrow R_{AB} = 7\Omega$$

On constate que:



$$A \equiv D \text{ et } C \equiv B$$

Cas C



$$\frac{1}{R_{\text{équi}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

SERIE III : ELECTROCINETIQUE

Association de condensateurs, de résistances & réseaux électriques

Exercice 4

Un fil cylindrique d'argent de 0.5 mm de rayon est traversé par des charges électriques

**A raison de 72C/h. L'argent contient 5.8 électrons par cm^3 .
calculer :**

Le module de la densité de courant J .

La vitesse moyenne des électrons de conduction.

Solution 4

$$a - \quad J = \frac{I}{S} \quad \text{avec} \quad S = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi(0,6)^2 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$I = 5 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad J = 4,4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$$

*b – $J = \rho V$ ou ρ est la densité de charge par unité de volume (Coulomb / m³)
et V la vitesse des électrons dans le cuivre*

$\rho = n \cdot q$ n est la densité des électrons par unité volume

q est la charge d'électrons = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$\text{donc : } J = n e V \Rightarrow V = \frac{J}{n e} = \frac{4,4 \cdot 10^6}{2,3 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

SERIE III : ELECTROCINETIQUE

Association de condensateurs, de résistances & réseaux électriques

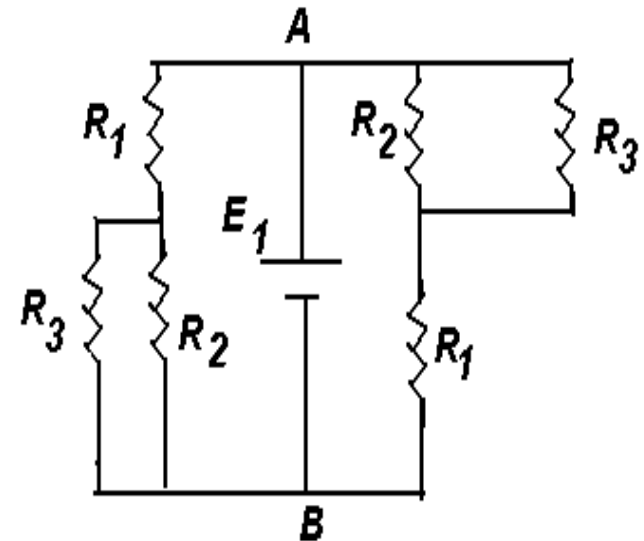
Exercice 5 :

La puissance perdue par effet joule dans le circuit suivant est de 50w.

Calculer :

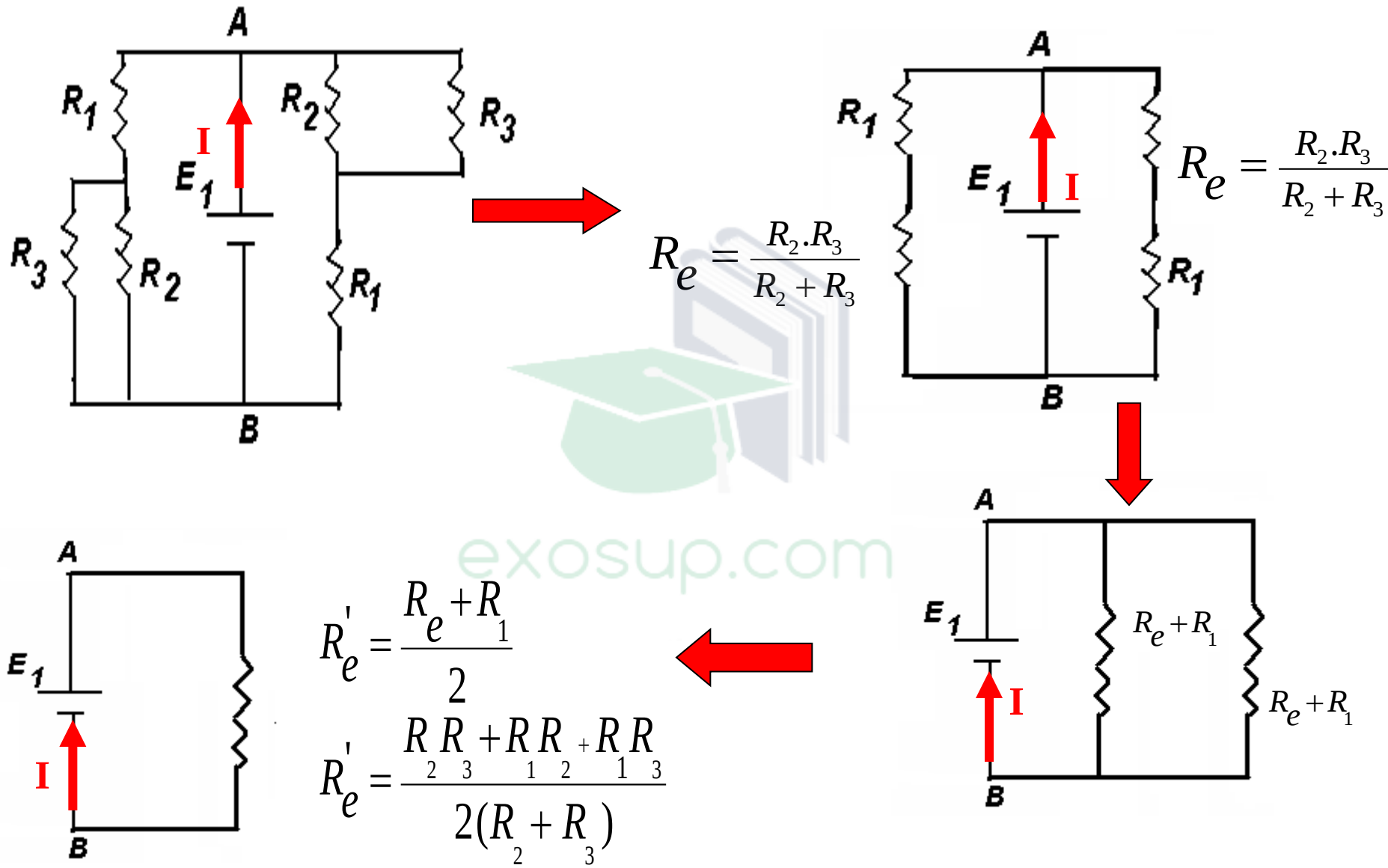
- a. la f.e.m du générateur et le courant qu'il débite
- b. les courant traversant les différentes résistances.
- c. les d.d.p aux borne R_1 et R_3

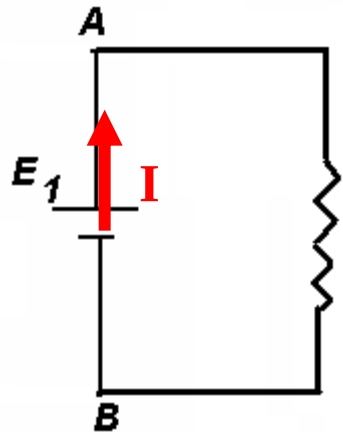
on donne : $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$



Solution 5:

La puissance perdue par effet joule dans le circuit suivant est : **P= 50 w.**





$$R'_e = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_2 + R_1 R_3}{2(R_2 + R_3)}$$

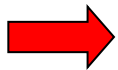


$$E = R'_e I$$

On donne la puissance :

$$P = (R'_e) \cdot I^2$$

$$I = \sqrt{\frac{P}{R'_e}} = 3.6A$$



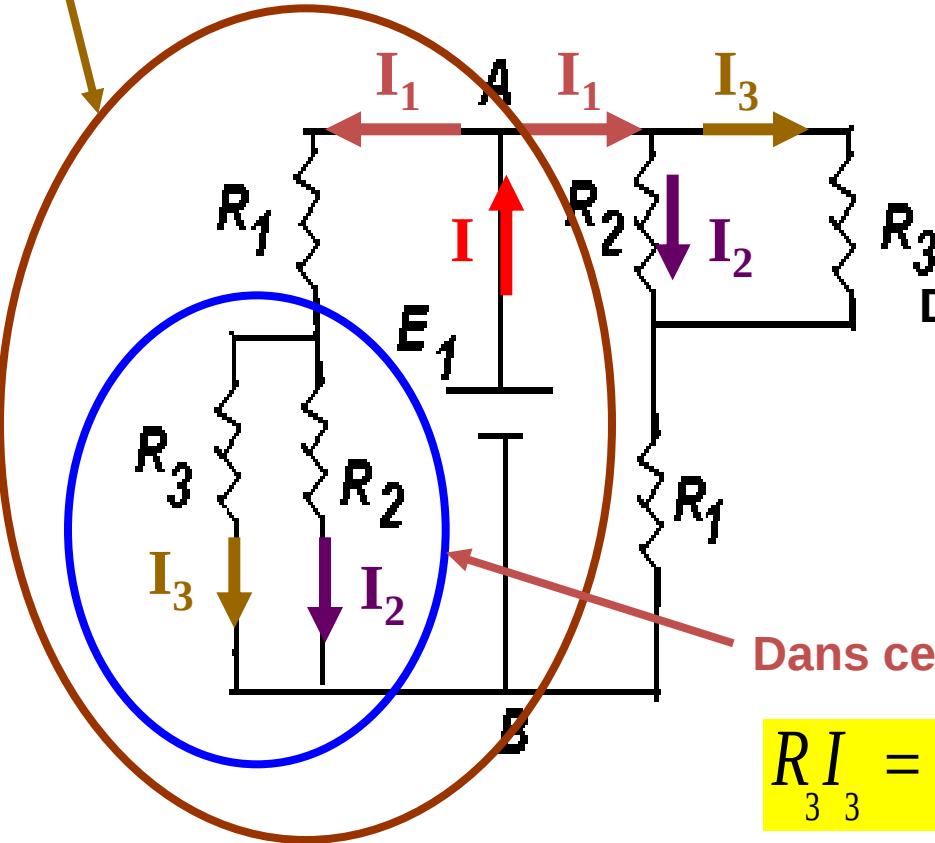
$$E = \sqrt{P \cdot R'_e}$$

AN

$$E = 13.88 \text{ (V)}$$

b- les courants traversant les différentes résistances.

gauche



Remarque: le circuit est symétrique, on traite alors juste la portion (gauche)

Dans la résistance R_1 circule le courant

$$I_1 = \frac{I}{2}$$

Dans cette maille on a :

$$R_3 I_3 = R_2 I_2$$

et

$$I_3 + I_2 = I_1 = \frac{I}{2}$$

La résolution du système d'équations donne :

$$I_2 = \frac{R_3}{2(R_3 + R_2)} I \quad \text{et} \quad I_3 = \frac{R_2}{2(R_3 + R_2)} I$$

$$I_2 = 1.03A \quad \text{et} \quad I_3 = 0.77A$$

SMPC **SMAI** **SVT** **ENSAJ**

Résumé des cours, corrigé des exercices et des examens en maths, physique et chimie, pour les étudiants Niveau universitaire

MATH : (Analyse, Algèbre)

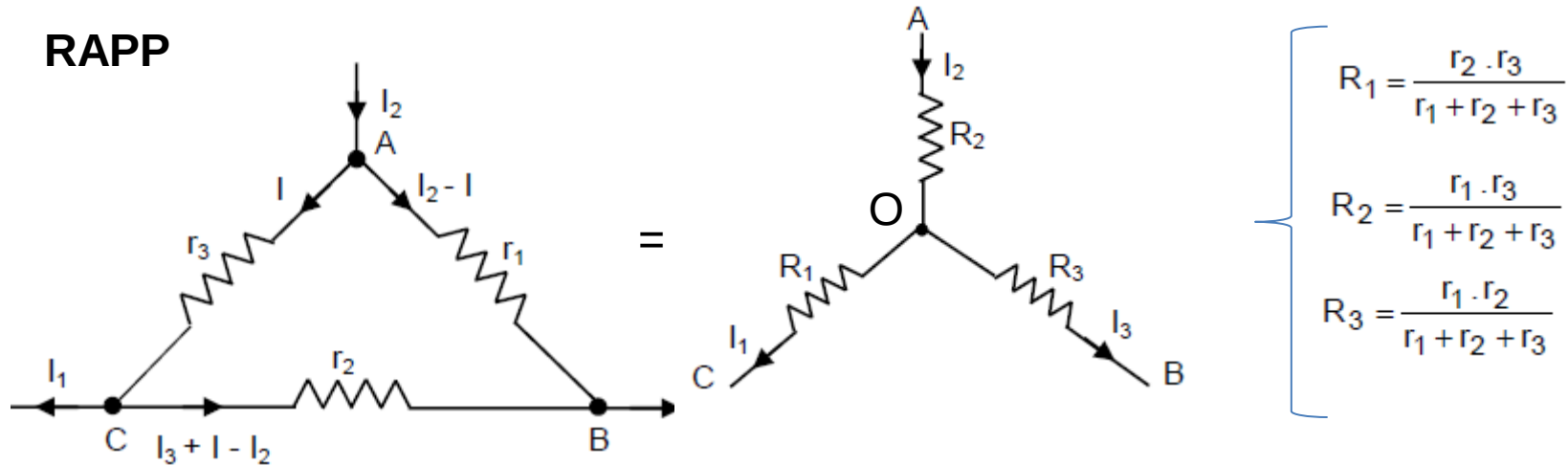
PHYSIQUE : (Optique, électricités, Electronique)

Chimie : (chimie générale, Chimie en solution, liaison chimique)

Veillez nous contacter :

- **06-19-37-44-16**
- **06-26-45-09-23**

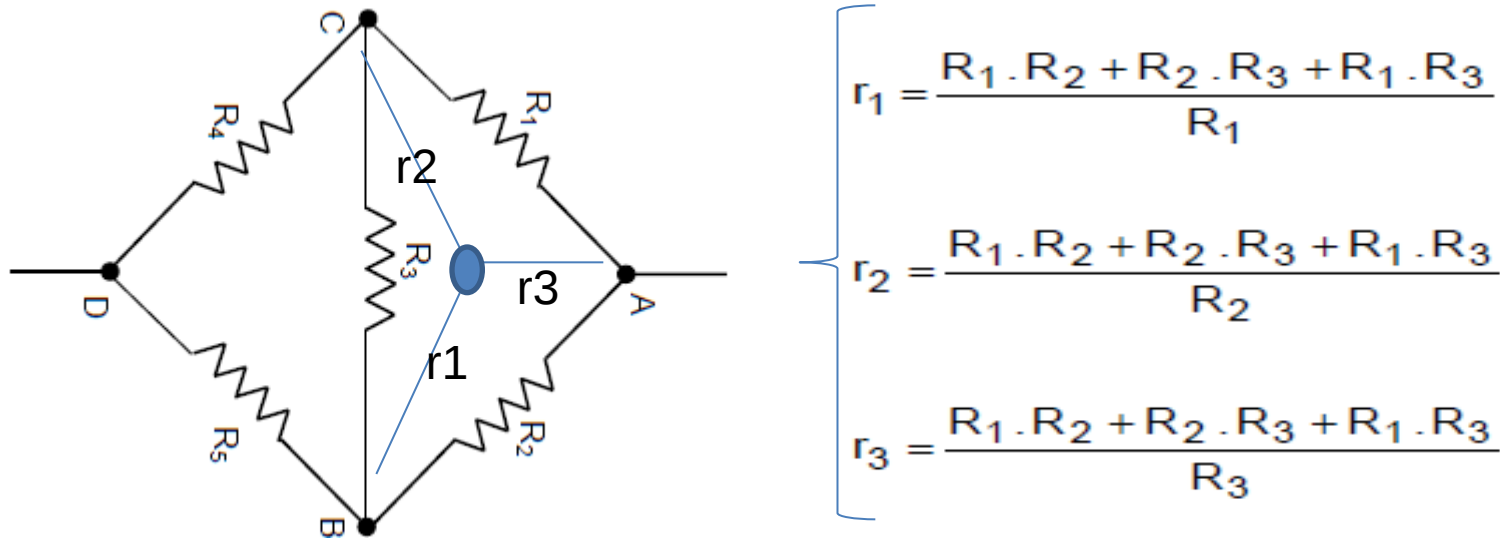
RAPP



application : Déterminer la résistance équivalente R^T du dipôle AD du réseau suivant en utilisant les règles de conversion de réseaux.

$$R1 = 2\Omega \quad R2 = 4\Omega \quad R3 = 6\Omega \quad R4 = 5\Omega \quad R5 = 4\Omega$$

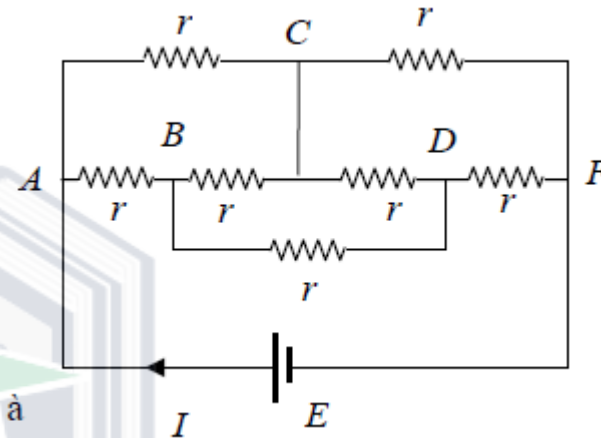
WHATSAPP
06-26-45-09-23



Exercice 6:

1- Déterminer, par la méthode de votre choix, le courant I débité par le générateur E du circuit de la figure 5.

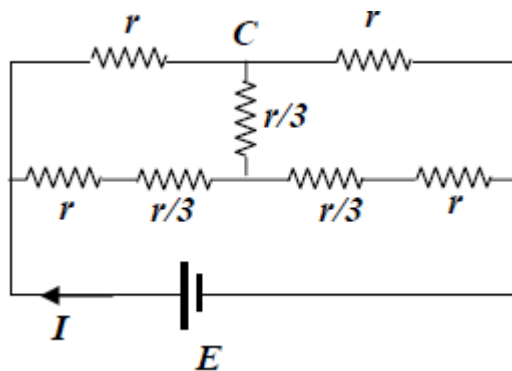
2- Faire l'application numérique si $E = 8\text{ V}$ et $r = 7\text{ k}\Omega$.



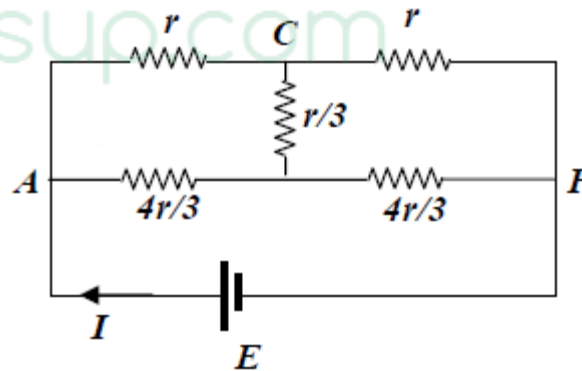
Solution 6:

1- La méthode la plus simple et la plus rapide consiste à transformer le circuit.

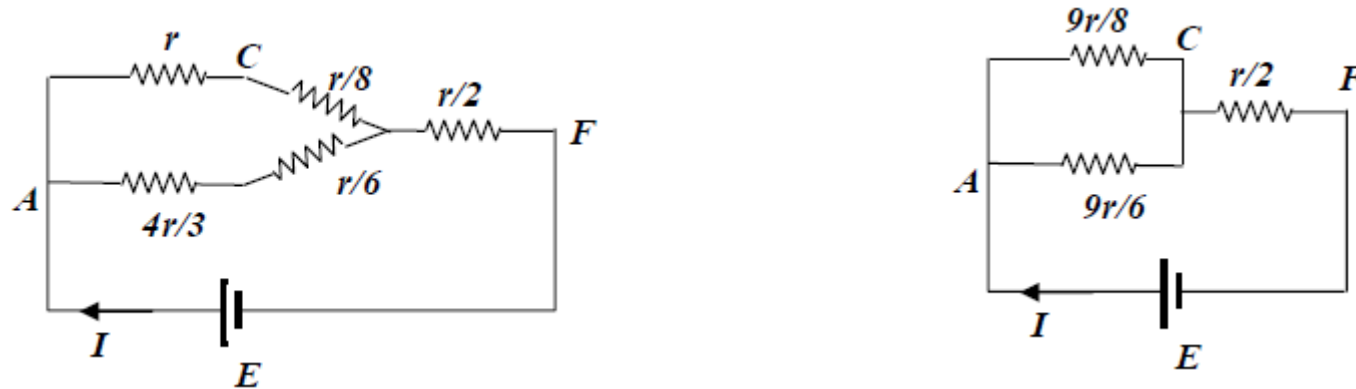
La portion BCD est un triangle que l'on peut transformer en étoile. Le circuit devient :



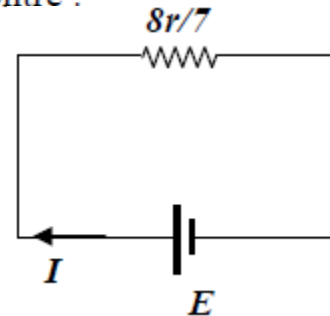
Equivalent à :



On doit maintenant appliquer la transformation de Kenelly soit du coté AC soit du coté CF et on fait la somme des résistances qui sont en série :



Ce qui est équivalent au circuit simple ci-contre :



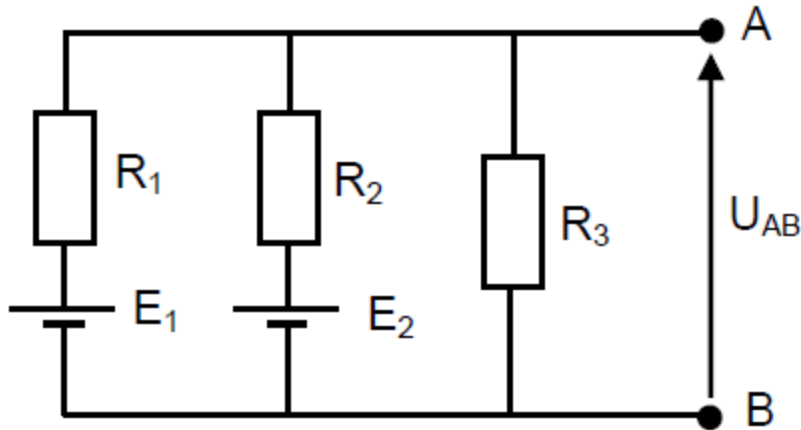
La loi de Pouillet nous permet alors d'écrire : $E = \frac{8r}{7} I$. Soit $I = \frac{7}{8r} E$

2- A. N. : $I = 1 \text{ mA}$.

Exercice 7:

THEOREME DE MILLMANN

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



On donne :

$$E_1 = 5 \text{ V} ; E_2 = 20 \text{ V} ; R_2 = R_3 = 10 \Omega ; R_1 = 5 \Omega$$

Calculer U_{AB} ?

Solution 7:

Calcul de U_{AB}

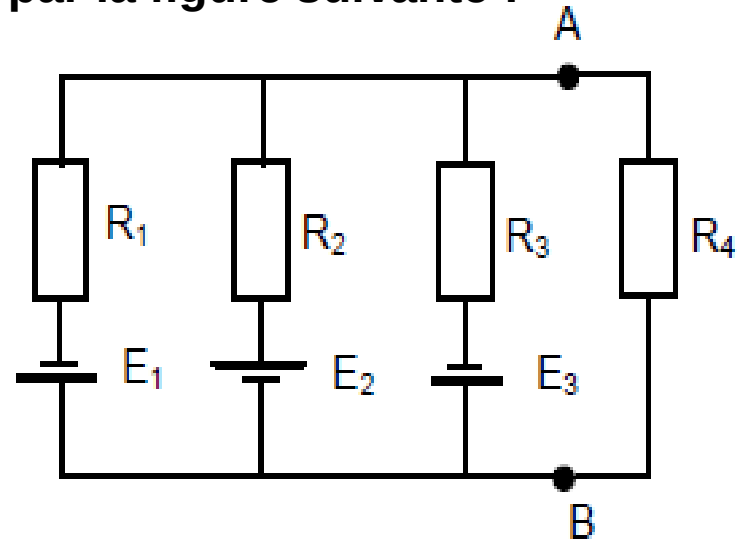
$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{0}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{20}{10} + 0}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 7,5 \text{ V}$$

Exercice 8:

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

On donne : $E_1 = 4 \text{ V}$; $E_2 = 5 \text{ V}$; $E_3 = 4 \text{ V}$;
 $R_1 = R_3 = 2 \Omega$; $R_2 = 1 \Omega$

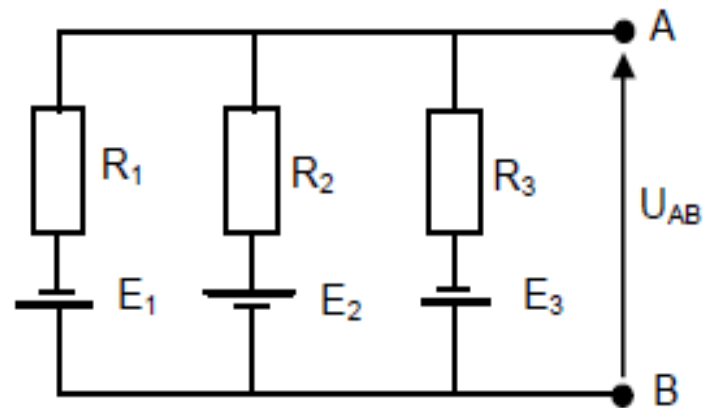
- 1) Calculer U_{AB} ?
- 2) Calculer I dans R_4 ?



Solution 8:

1) Calcul de U_{AB}

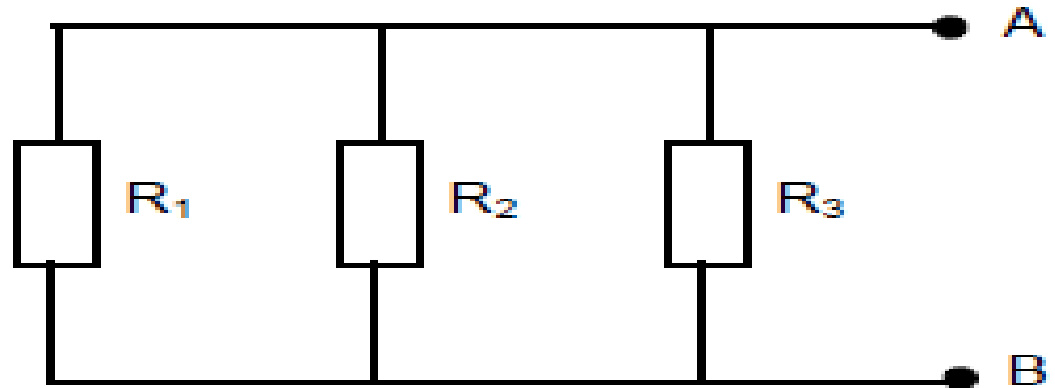
$$U_{AB} = \frac{-\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{-2 + \frac{5}{1} - \frac{4}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}} = 0,75 \text{ V}$$



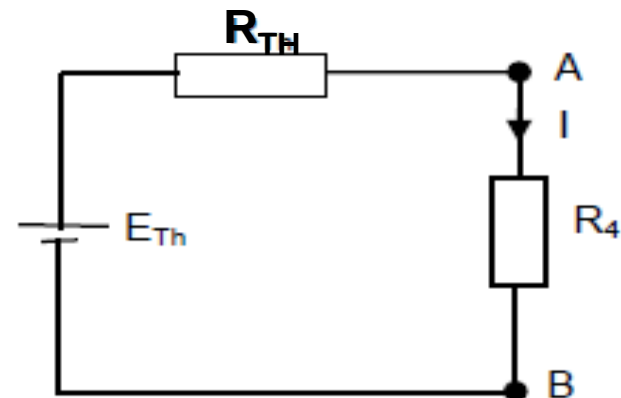
2) Calcul de I dans R_4

- Calcul de E_{TH} : on remarque que $E_{TH} = U_{AB} = 0,75 \text{ V}$
- Calcul de R_{TH}

$$R_{TH} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 0,5 \Omega$$



$$I = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R_4} = 0,3 \text{ A}$$



Exercice 9

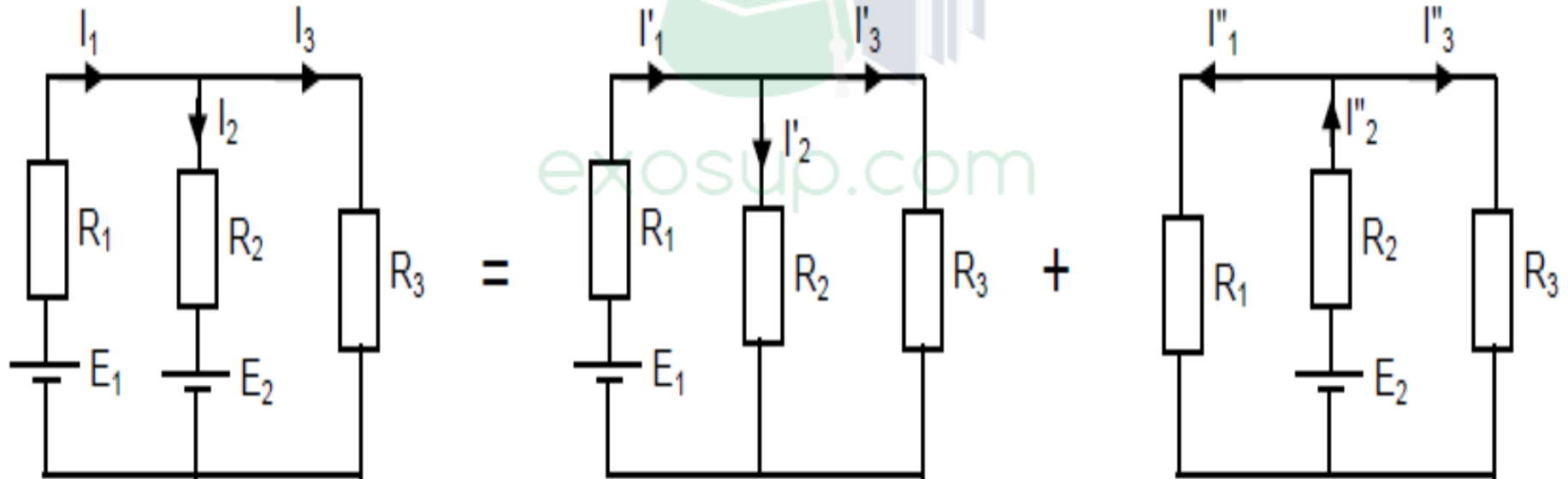
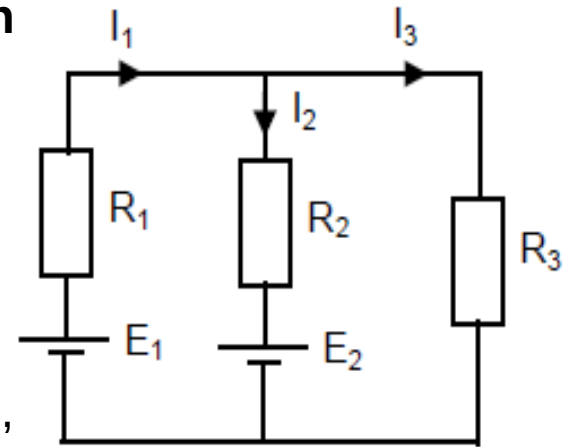
Soit le circuit suivant, on se propose de déterminer les intensités des courants dans les trois branches par la méthode de superposition

Avec :

$$R_1 = 2 \, \Omega ; R_2 = 5 \, \Omega ; R_3 = 10 \, \Omega \quad E_1 = 20 \, \text{V} ; E_2 = 70 \, \text{V}$$

Solution 9:

D'après le théorème de superposition, l'état initial est équivalent à la superposition des états distincts (1) et (2),



Les courants réels I_1 ; I_2 et I_3 sont données par :

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' \\ I_2 = I_2'' - I_2' \\ I_3 = I_3' + I_3'' \end{cases} \Rightarrow \text{Il faut donc calculer : } I_1', I_2', I_3' \text{ et } I_1'', I_2'', I_3''$$

a) Calcul de I_1' ; I_2' et I_3' dans le premier cas :

$$\begin{cases} I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{20}{2 + \frac{5 \times 10}{15}} = 3,75 \text{ A} \\ I_2' = \frac{R_3}{R_1 + R_2} \cdot I_1' = 3,75 \cdot \frac{10}{15} = 2,5 \text{ A} \\ I_3' = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_1' = 3,75 \cdot \frac{5}{15} = 1,25 \text{ A} \end{cases}$$

b) Calcul de I_1'' ; I_2'' et I_3'' dans le deuxième état :

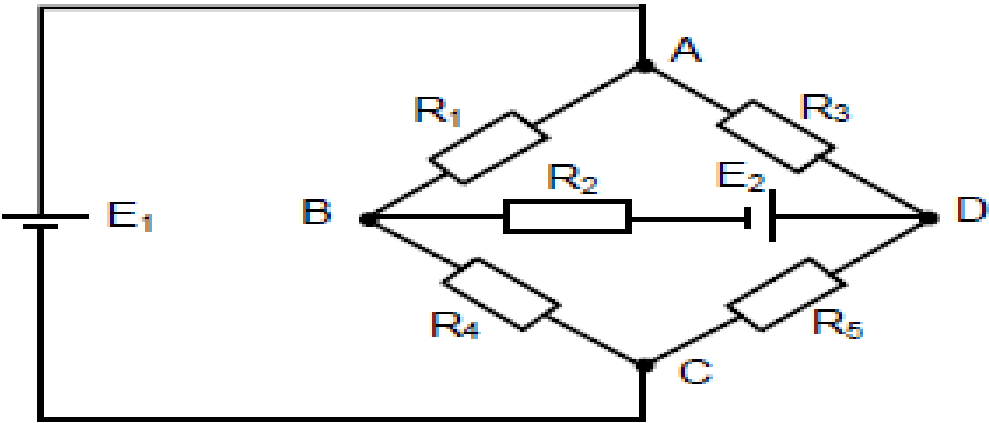
$$\begin{cases} I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{70}{5 + \frac{2 \times 10}{12}} = 10,5 \text{ A} \\ I_1'' = \frac{R_3}{R_1 + R_2} \cdot I_2'' = 10,5 \cdot \frac{10}{12} = 8,75 \text{ A} \\ I_3'' = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \cdot I_2'' = 10,5 \cdot \frac{2}{12} = 1,75 \text{ A} \end{cases}$$

c) Calcul de I_1 ; I_2 et I_3 dans l'état réel

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' = 3,75 - 8,75 = -5 \text{ A} \\ I_2 = I_2'' - I_2' = 10,5 - 2,5 = 8 \text{ A} \\ I_3 = I_3' + I_3'' = 1,25 + 1,75 = 3 \text{ A} \end{cases}$$

Exercice 10

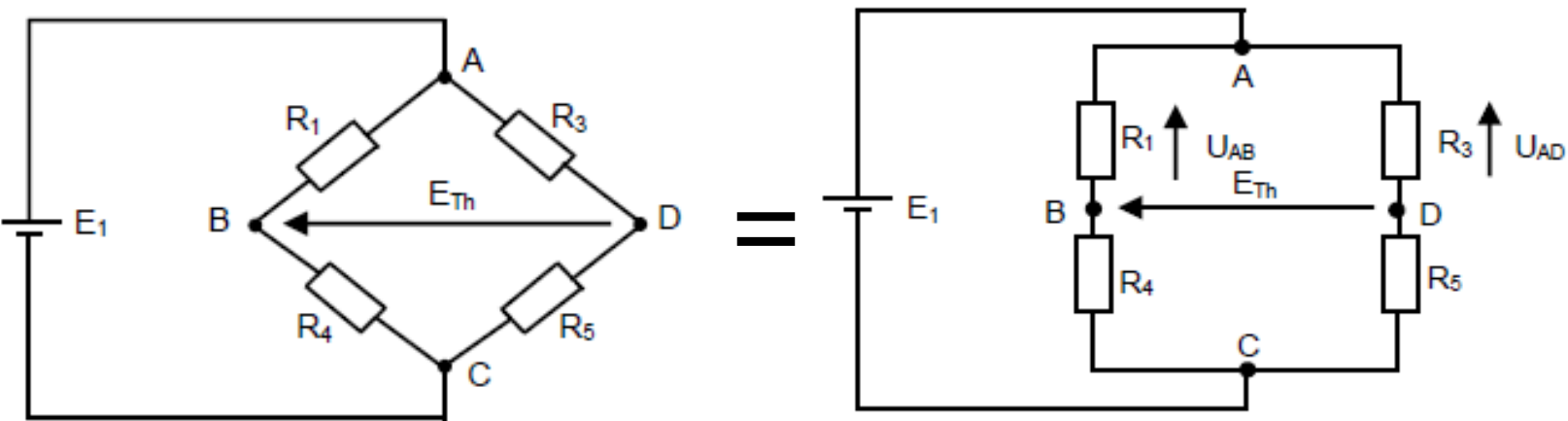
On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



❖ On donne :
 $E_1 = 10\text{ v}$; $E_2 = 5\text{ v}$;
 $R_1 = R_3 = R_4 = 100\ \Omega$; $R_2 = 50\ \Omega$

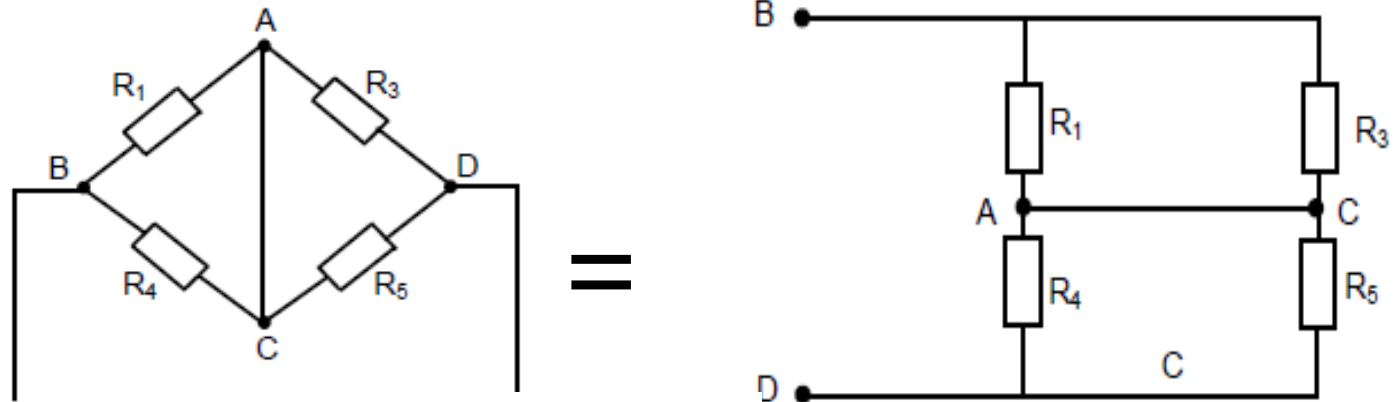
Calculer le courant $I(BD)$ en appliquant le théorème de Thevenin
Solution 10:

1) Calcul de E_{Th}



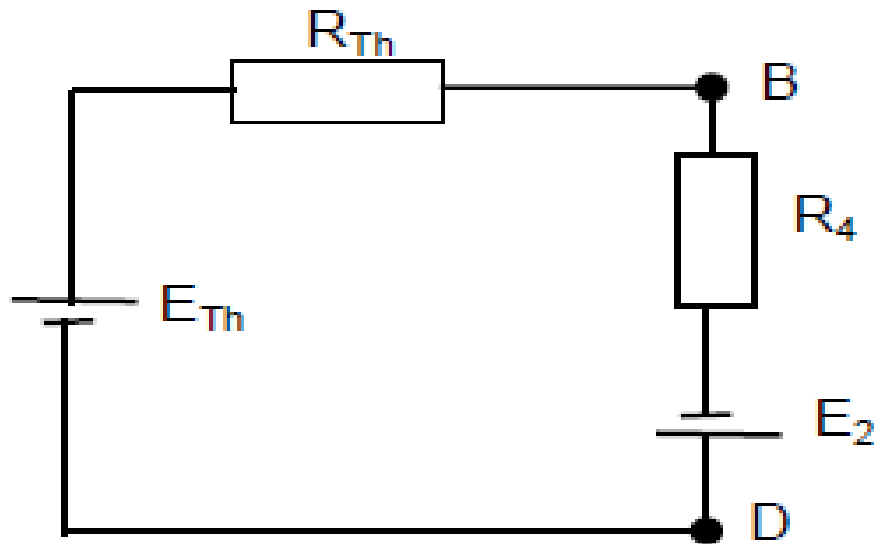
$$\begin{cases} E_{Th} = U_{AD} - U_{AB} \\ U_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_4} E_1 = 3 \text{ V} \\ U_{AD} = \frac{R_3}{R_3 + R_5} E_1 = 6,85 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow E_{Th} = U_{AD} - U_{AB} = 3,85 \text{ V}$$

2) Calcul de R_{Th}



$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 96,42 \Omega$$

3) calcul de I_3

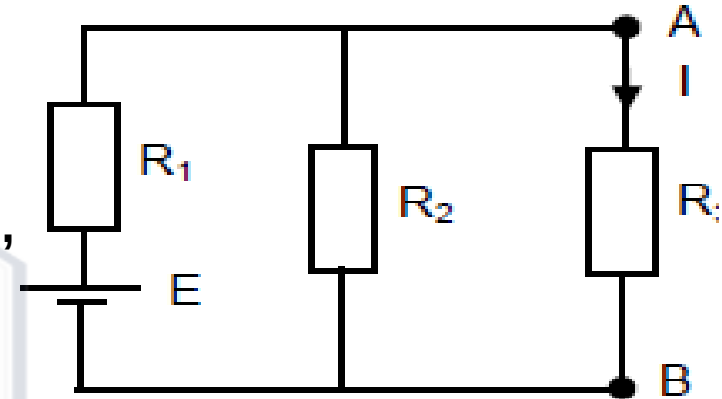


$$I_3 = \frac{E_{Th} + E_2}{R_{Th} + R_2} = 17,4 \text{ mA}$$

Exercice 11

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :

- On donne :
 $R_1 = 4\Omega$; $R_2 = 12\Omega$; $R_3 = 9\Omega$; $E = 8V$; $E_2 = 70V$
- Calculer le courant I qui traverse la résistance R_3 en appliquant le théorème de Norton,

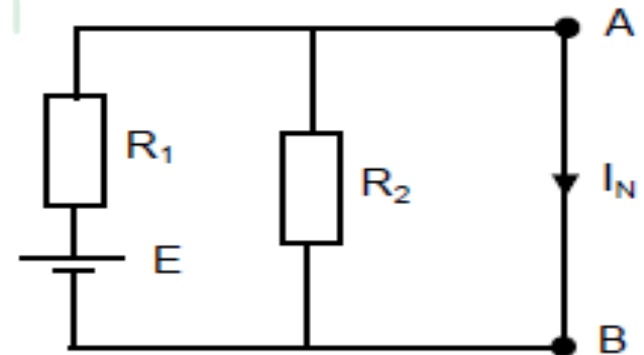


Solution 11:

a) Calcul de I_N

On débranche la résistance R_3 et on court-circuite les bornes A et B, la configuration sera donc :

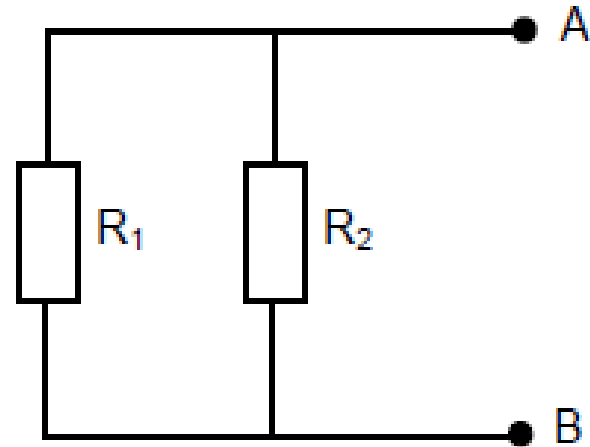
$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{8}{4} = 2A$$



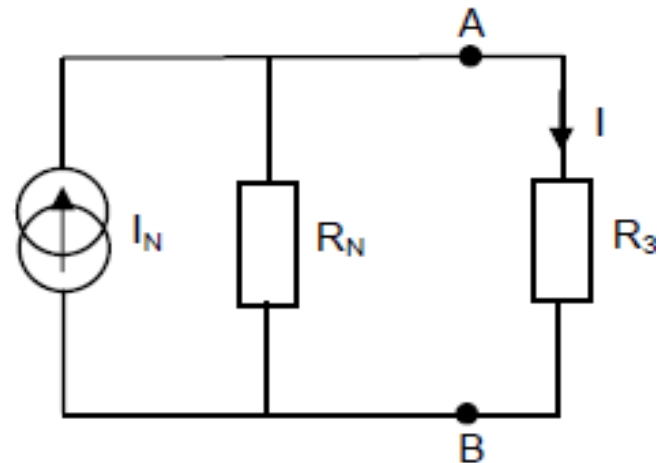
b) Calcul de R_N

R_3 étant toujours débranchée, on court-circuite E, la configuration sera donc :

$$R_{Th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

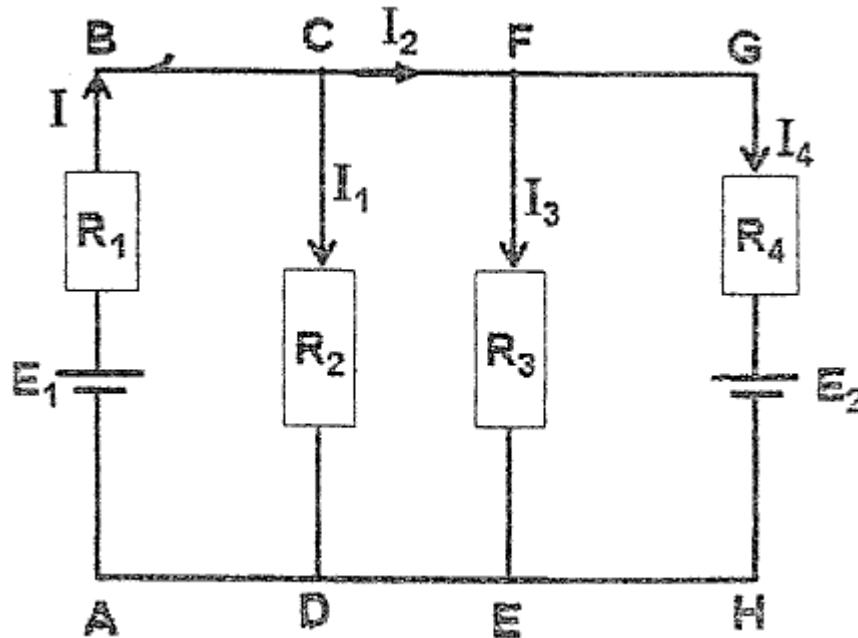


c) Calcul de I



Exercice 12

On considère le circuit électrique donné par la figure suivante :



- 1) Montrer que $I_4 = I - I_1 - I_3$ (on considère les nœuds C et F)
- 2) Etablir les équations des mailles ABCDA, ABFEA et ABGHA

On donne : $E_1 = 5V$, $E_2 = 2V$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$ et $R_3 = R_4 = 3 \Omega$

- 3) En déduire l'intensité du courant I

Solution 12:

1- nœud C : $I = I_1 + I_2$ ET nœud F : $I_2 = I_3 + I_4 \Rightarrow I_4 = I - I_1 + I_3$

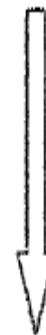
2-

$$\text{ABCD A : } -E_1 + R_1.I + I_1.R_2 = 0 \Rightarrow I + 2I_1 = 5$$

$$\text{ABFEA : } -E_1 + R_1.I + I_3.R_3 = 0 \Rightarrow I + 3I_3 = 5$$

$$\text{ABGHA : } -E_1 + R_1.I + I_4.R_4 + E_2 = 0 \Rightarrow I + 3I_4 = 3$$

} système d'équations

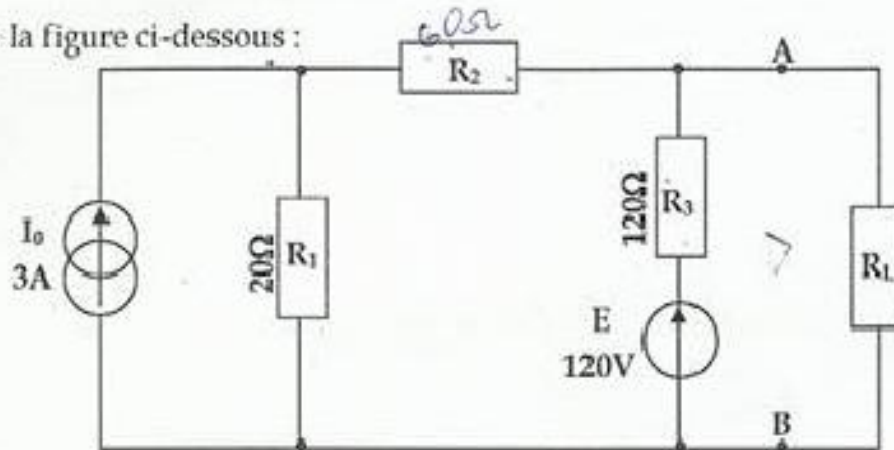


3-

$$I = 2.38 \text{ A} \approx 2.4 \text{ A}$$

Exercice 1 :

Soit le montage de la figure ci-dessous :



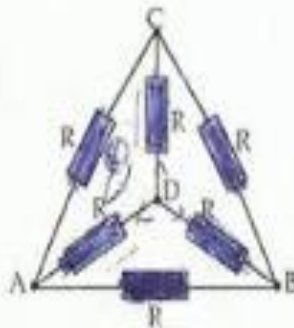
Ensay 13-14

WHATSAPP
06-26-45-09-23

1. Déterminer le circuit équivalent de Thevenin vu entre les points A et B.
2. Calculer la valeur de R_L qui permet de transmettre le maximum de puissance à la charge.
3. Quelle est alors la valeur de cette puissance ?

Exercice 4 :

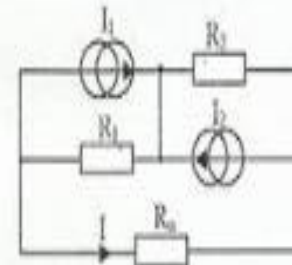
En utilisant le théorème de Kenelly, déterminer la résistance équivalente entre les points A et B du montage suivant :



Exercice 1 :

Soit le montage de la figure ci-dessous :

Calculer le courant I circulant dans la résistance de charge R_u .



$$I_1 = 2 \text{ mA} ; I_2 = 5 \text{ mA}$$

$$R_1 = 10 \text{ K}\Omega ; R_2 = R_u = 5 \text{ K}\Omega$$

SMPC **SMAI** **SVT** **ENSAJ**

Résumé des cours, corrigé des exercices et des examens en maths, physique et chimie, pour les étudiants Niveau universitaire

MATH : (Analyse, Algèbre)

PHYSIQUE : (Optique, électricités, Electronique)

Chimie : (chimie générale, Chimie en solution, liaison chimique)

Veillez nous contacter :

- **06-19-37-44-16**
- **06-26-45-09-23**